TÀI LIỆU ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT MÔN TOÁN NĂM HỌC 2011-2012

Lưu hành nội bộ

UBND TỈNH BẾN TRE **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**	**CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM** **Độc lập - Tự do - Hạnh phúc**
Số: 345/SGD&ĐT-GDTrH	*Bến Tre, ngày 27 tháng 3 năm 2012*

V/v Tổ chức ôn thi tốt nghiệp THPT năm 2012.

Kính gửi:

- Các trường Trung học phổ thông;
- Các trung tâm Giáo dục thường xuyên huyện, thành phố.

Thực hiện Công văn số 1699/BGD&ĐT-GDTrH ngày 26 tháng 3 năm 2012 của Bộ Giáo dục và Đào tạo về việc tổ chức ôn thi tốt nghiệp Trung học phổ thông, Sở Giáo dục và Đào tạo yêu cầu các trường Trung học phổ thông (THPT), các trung tâm Giáo dục thường xuyên (TTGDTX) thực hiện tốt các nội dung sau:

I. Lập kế hoạch, tổ chức ôn thi tốt nghiệp THPT:

1. Hoàn thành chương trình lớp 12 theo đúng kế hoạch, phù hợp với hướng dẫn Khung kế hoạch thời gian năm học 2011-2012 và Hướng dẫn điều chỉnh nội dung dạy học giáo dục phổ thông. Lưu ý không được cắt xén chương trình đã qui định.

2. Chỉ đạo các tổ chuyên môn, giáo viên dạy các môn thi tốt nghiệp THPT chủ động xây dựng tốt kế hoạch, nội dung ôn tập, chú ý đến các nội dung kiến thức của chương trình đã được điều chỉnh theo Công văn số 5842/BGDĐT-VP của Bộ Giáo dục và Đào tạo ngày 01 tháng 9 năm 2011 về việc hướng dẫn điều chỉnh nội dung dạy học giáo dục phổ thông. Tổ chức việc ôn tập đảm bảo thời gian, tập trung vào những yêu cầu về chuẩn kiến thức, kỹ năng của chương trình giáo dục cấp THPT, chủ yếu nằm trong chương trình lớp 12, quan tâm việc giúp học sinh học tập ở các mức độ nhận thức thông hiểu và vận dụng kiến thức. Thực hiện các giải pháp hiệu quả tổ chức ôn tập cho học sinh lớp 12 phù hợp với từng nhóm đối tượng học sinh nhằm nâng cao chất lượng kỳ thi tốt nghiệp THPT năm 2012.

3. Trong việc tổ chức ôn tập cần hướng dẫn học sinh vận dụng, lựa chọn các phương pháp ôn tập phù hợp với nội dung của môn học, kết hợp hướng dẫn học sinh tự học, tự ôn tập với ôn tập theo nhóm và ôn tập chung cả lớp; kết hợp giữa tự kiểm tra đánh giá của học sinh với kiểm tra, đánh giá trong nhóm học tập và kiểm tra của giáo viên bộ môn; chú trọng thu nhận thông tin phản hồi về kết quả ôn tập của học sinh để có điều chỉnh hợp lý, kịp thời.

4. Yêu cầu giáo viên chủ nhiệm lớp chủ động lập kế hoạch, phối hợp với giáo viên dạy các môn thi tốt nghiệp để phân nhóm học sinh lớp mình theo khả năng nhận thức; chọn, cử giáo viên có khả năng, kinh nghiệm, nhiệt tình để tăng cường ôn tập cho những học sinh học lực yếu, vận động những học sinh khá giỏi hỗ trợ thêm, giúp những học sinh này nắm được kiến thức, kỹ năng cơ bản theo

yêu cầu của kỳ thi. Đối với học sinh khá, giỏi cần có thời gian ôn tập linh hoạt, tăng cường tự học có sự hướng dẫn của giáo viên bộ môn.

5. Các trường THPT và giáo viên chủ nhiệm, giáo viên bộ môn phải thống nhất với học sinh và cha mẹ học sinh để sắp xếp thời gian ôn tập hợp lý, đảm bảo sức khỏe của học sinh, ôn tập có hiệu quả nhưng không gây quá tải.

II. Tham gia Hội thảo chuyên môn (nâng cao hiệu quả ôn thi tốt nghiệp THPT) của Sở Giáo dục và Đào tạo:

Tiếp theo công văn số 322/SGD&ĐT-GDTrH ngày 21 tháng 3 năm 2012 của Sở Giáo dục và Đào tạo về việc Tổ chức Hội thảo Nâng cao chất lượng dạy học cấp THPT, Sở điều chỉnh một số nội dung phù hợp với Kế hoạch ôn thi tốt nghiệp THPT như sau:

1. Điều chỉnh thời gian, địa điểm tổ chức Hội thảo:

TT	Môn	Địa điểm	Thời gian	Ghi chú
1	Lịch sử	THCS Mỹ Hoá	04/4/2012	Khai mạc lúc 7 giờ 30
2	Toán	THPT Võ Trường Toản	05/4/2012	
3	Hóa học	THPT Võ Trường Toản	06/4/2012	
4	Địa lý	THCS Mỹ Hoá	07/4/2012	
5	Sinh học	chuyển sang thời điểm bồi dưỡng hè năm 2012		
6	Vật lý			

2. Tham gia nội dung Hội thảo:

- Mỗi đơn vị xây dựng 01 đề kiểm tra học kỳ II và 01 đề thi thử tốt nghiệp THPT (có ma trận đề và Hướng dẫn chấm chi tiết) cho các môn: Lịch sử, Hóa học; gửi về Sở Giáo dục và Đào tạo (phòng Giáo dục trung học) bằng file word qua email: phonggdtrh.sobentre@moet.edu.vn trước ngày 01 tháng 4 năm 2012.
- Giáo viên mang theo máy tính cầm tay khi tham dự Hội thảo môn Toán.
- Các tổ chuyên môn mang theo Kế hoạch ôn tập thi tốt nghiệp THPT năm 2012 của tổ khi tham dự tập huấn.

3. Các nội dung còn lại thực hiện theo công văn số 322/SGD&ĐT-GDTrH ngày 21 tháng 3 năm 2012 của Sở Giáo dục và Đào tạo.

Nhận được công văn này, yêu cầu Hiệu trưởng các trường THPT, Giám đốc các TTGDTX triển khai thực hiện đầy đủ và kịp thời./.

Nơi nhận:
- Như trên;
- Lưu:VT, GDTrH.

KT. GIÁM ĐỐC
PHÓ GIÁM ĐỐC

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

Nguyễn Văn Huấn

HƯỚNG DẪN ÔN TẬP VÀ LÀM BÀI THI TỐT NGHIỆP THPT MÔN TOÁN

Khi ôn tập, cần ôn theo từng chủ đề. Mỗi chủ đề cần hệ thống các kiến thức cơ bản, tóm tắt phương pháp giải của các dạng bài tập, vận dụng kiến thức để suy luận, tính toán chính xác trong các tình huống cụ thể và ghi chú những sai sót thường mắc phải để khắc phục.

I. Hướng dẫn ôn tập

Để ôn tập tốt cần chú ý các vấn đề sau:

- Học sinh phải hiểu, thuộc và nắm vững các kiến thức trong sách giáo khoa, nhớ và biết vận dụng vào các bài tập cụ thể.
- Ôn tập hệ thống các dạng toán trong sách giáo khoa môn Toán lớp 12.
- Khi làm bài tập ôn tập cần theo trình tự từ dễ đến khó, trước hết hãy làm các bài tập áp dụng trực tiếp các công thức để củng cố lý thuyết, sau đó mới làm các bài tập đòi hỏi suy luận và tư duy tổng hợp.
- Sau khi làm xong một bài tập cần phải kiểm tra lại các bước giải, rút kinh nghiệm cho mình, thông qua lời giải bài toán.
- Cuối mỗi chủ đề cần phải làm nhiều bài toán tổng hợp.
- Tham khảo cấu trúc đề thi tốt nghiệp môn Toán của Bộ giáo dục năm 2010.
- Tham khảo một số đề thi tốt nghiệp THPT môn toán những năm gần đây để biết mức độ kiến thức của một đề thi tốt nghiệp THPT.
- Nắm chắc nội dung giảm tải môn toán THPT được Bộ giáo dục và Đào tạo thông báo đầu năm học 2011-2012.
- Tham khảo đáp án và thang điểm của đề thi tốt nghiệp THPT những năm gần đây để rút kinh nghiệm trong việc trình bày.
- Học sinh cần phải nắm vững các kiến thức, kĩ năng nói trên và một số kiến thức liên quan được học ở các lớp 7, 8, 9, 10 như: quy tắc phá ngoặc, quy tắc nhân hai đa thức, quy tắc chia đa thức cho đa thức (tình huống thường gặp là chia tam thức bậc hai cho nhị thức bậc nhất), định lí về dấu của nhị thức bậc nhất, định lí về dấu của tam thức bậc hai …

II. Hướng dẫn làm bài thi

Trong quá trình làm bài thi học sinh cần phải chú ý một số vấn đề sau:

- Để làm tốt bài thi học sinh phải rèn luyện kỹ năng làm bài. Kỹ năng này bao gồm phương pháp phân tích để tìm ra lời giải bài toán, kỹ năng trình bày lời giải bài toán và kỹ năng tính toán.
- Thang điểm của bài thi thường được đặt bên cạnh đáp số của mỗi phép toán hoặc một suy luận logic hay sau mỗi phép biến đổi, tính giá trị biểu thức... Nếu học sinh tính toán sai, viết nhầm hoặc suy luận không đúng … thì mất rất nhiều điểm.
- Học sinh phải viết đúng các công thức, các kí hiệu Toán học, rút gọn đúng các biểu thức và kết quả ở tất cả các phép toán.
- Học sinh phải trình bày đủ ý trong quy trình giải một bài toán như: quy trình khảo sát và vẽ đồ thị hàm số, quy trình tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên một tập hợp, quy trình tính tích phân bằng phương pháp đổi biến... Thang điểm của bài thi sẽ căn cứ vào các bước trong quy trình giải Toán.
- Để đạt điểm cao, học sinh phải trình bày đẹp, diễn đạt tốt, các ý rõ ràng. Sau mỗi suy luận logic nên xuống dòng, chia ý rõ ràng. Tránh tình trạng viết lời giải một bài toán như viết một đoạn văn, khi đó nếu học sinh sai ở dòng cuối cùng thì có thể bị mất nhiều điểm.
- Khi viết một biểu thức Toán học học sinh cần có thói quen đặt điều kiện để các biểu thức đó có nghĩa. Ngoài ra, với biểu diễn đại số của số phức z=a+bi ta phải có điều kiện a, b là các số thực và trước khi kết luận đáp số cuarv bài Toán, học sinh cần có thói quen kiểm tra lại điều kiện.

- Đặc biệt cần chú ý đến việc hướng dẫn cho các em học sinh sử dụng máy tính cầm tay tính thành thạo một số phép tính đơn giản như: Tính giá trị của biểu thức tại x_0; cộng, trừ, nhân, chia số phức; Tích vô hướng, tích có hướng, độ dài vectơ … Nhằm giúp cho các em giảm tải về phần tính đồng thời làm tăng tính chính xác, sự tự tin của các em trong quá trình làm bài tập ôn tập cũng như làm bài thi.

III. Hướng dẫn ôn tập từng chủ đề

1. Chủ đề ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số.

Học sinh cần nắm vững các vấn đề sau đây:

- Tính và xét dấu đạo hàm của các hàm số: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\ (a \neq 0)$, $y = ax^4 + bx^2 + c\ (a \neq 0)$, $y = \dfrac{ax^2 + bx + c}{mx + n}\ (am \neq 0)$, $y = \dfrac{ax + b}{cx + d}\ (c \neq 0,\ ad - bc \neq 0)$.

-. Xét tính đơn điệu, tìm cực trị (nếu có) và tìm điều kiện của tham số để hàm số có cực trị hoặc đạt cực trị tại x_0 cho trước của các hàm số: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\ (a \neq 0)$, $y = ax^4 + bx^2 + c\ (a \neq 0)$, $y = \dfrac{ax + b}{cx + d}\ (c \neq 0,\ ad - bc \neq 0)$, $y = \dfrac{ax^2 + bx + c}{mx + n}\ (am \neq 0)$

- Tìm được GTLN- GTNN của hàm số (chú ý cách tìm GTLN-GTNN của hàm số trên đoạn [a;b].

- Xác định được các tiệm cận của hàm số $y = \dfrac{ax + b}{cx + d}\ (c \neq 0)$ (có giải thích).

-. Học sinh thực hiện các bước khảo sát và vẽ đồ thị của các hàm số: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\ (a \neq 0)$, $y = ax^4 + bx^2 + c\ (a \neq 0)$, $y = \dfrac{ax + b}{cx + d}\ (c \neq 0,\ ad - bc \neq 0)$ theo đúng thứ tự các bước như đã nêu trong sách giáo khoa hoặc chuẩn kiến thức kỹ năng. (Đối với hàm số bậc ba nêu thêm điểm uốn của đồ thị hàm số).

- Một số dạng toán thường gặp:

a) Sự tương giao:

+ Dùng đồ thị biện luận số nghiệm của phương trình F(x, m) =0.

+ Dùng phương trình hoành độ giao điểm của hai đường để biện luận theo tham số, số giao điểm của hai đồ thị.

b) Tiếp tuyến:

+ Viết được phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại một điểm M thuộc (C).

+ Dùng điều kiện tiếp xúc của hai đường để viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) khi biết hệ số góc của tiếp tuyến hoặc một điểm mà tiếp tuyến đi qua.

2. Chủ đề hàm số lũy thừa, hàm số mũ và hàm số logarit.

Học sinh cần nắm vững các vấn đề sau:

- Thuộc và vận dụng được các tính chất về lũy thừa (chú ý điều kiện tồn tại)

- Thuộc và vận dụng được các định nghĩa, các qui tắc, các tính chất và đổi cơ số của logarit.

- Nắm được tập xác định, tính đơn điệu, đạo hàm của các hàm số mũ, lũy thừa, logarit (chú ý phân biệt hàm số mũ, hàm số lũy thừa)

- Giải được các phương trình mũ, logarit cơ bản. Vận dụng được các phương pháp đưa về cùng cơ số, đặt ẩn phụ, mũ hoá, logarit hoá, tính chất đồng biến, nghịch biến của các hàm số mũ, hàm số logarit để giải các phương trình.

- Giải được các bất phương trình mũ, logarit cơ bản. Vận dụng được hai phương pháp đưa về cùng cơ số và đặt ẩn phụ.để giải các bất phương trình.

3. Chủ đề nguyên hàm, tích phân và ứng dụng.

Học sinh cần nắm vững các vấn đề sau:

- Thuộc định nghĩa và bảng các nguyên hàm của một số hàm số thường gặp.
- Hướng dẫn học sinh khai thác tốt các tính chất của nguyên hàm.
- Chú ý bài toán tìm nguyên hàm F(x) của hàm số f(x) thỏa điều kiện cho trước.
- Hướng dẫn học sinh các phương pháp tìm nguyên hàm (trong chuẩn kiến thức kỹ năng trang 53).
- Thuộc công thức Niu-tơn - Lai-bơ-nit.
- Vận dụng được các tính chất của tích phân.
- Phương pháp tính tích phân thực hiện như phương pháp tìm nguyên hàm.

Chú ý : khi tính các tích phân dạng $\int_a^b |f(x)|dx$ thực hiện như SGK cơ bản trang 115&116

- Tính được diện tích hình phẳng giới hạn bởi:
  a) Đường cong (C); y=f(x), trục Ox và hai đường thẳng x=a, x=b.
  b) Đường cong (C_1); Đường cong (C_2) và hai đường thẳng x=a, x=b.
- Thuộc và vận dụng được công thức tính thể tích của vật thể tròn xoay tạo bởi phép quay quanh trục Ox của hình phẳng giới hạn bởi các đường : (C); y=f(x), trục Ox và hai đường thẳng x=a, x=b.

4. Chủ đề số phức.

Học sinh cần nắm vững những vấn đề sau:

- Dạng đại số của số phức, phần thực và phần ảo của số phức, số phức liên hợp của một số phức, mô đun của số phức, điều kiện để một số phức là số thực, điều kiện để một số phức là số ảo.

Chú ý: Khi viết dạng đại số z=a+bi ta phải có điều kiện a, b là các số thực.

- Phép toán giữa hai số phức. Ta có thể áp dụng tính chất của số phức tương tự như đối với số thực đó là: tính chất giao hoán, tính chất kết hợp, tính chất phân phối giữa phép nhân và phép cộng, hằng đẳng thức đáng nhớ. Các kĩ năng nhân và chia biểu thức với đại lượng liên hợp thường được sử dụng khi biến đổi rút gọn phân thức liên quan đến số phức. Chú ý là chỉ có dấu bất đẳng thức giữa hai số thực nhưng không có dấu bất đẳng thức giữa hai số phức bất kì.
- Phương trình bậc nhất đối với số phức: sử dụng phép toán giữa các số phức hoặc sử dụng dạng đại số của số phức để giải phương trình.
- Phương trình bậc hai nghiệm phức: Nếu $\Delta = 0$ hoặc $\Delta > 0$ thì ta sử dụng công thức nghiệm như đối với phương trình bậc hai có nghiệm thực. Nếu Δ không phải là số thực thì phải chọn các số thực m, n để có thể biểu diễn Δ bằng biểu thức $(m+ni)^2$.
- Phương trình tích với nghiệm phức được biến đổi tương tự như đối với nghiệm thực.
- Phương trình dạng $A^2 + B^2 = 0$ ta không thể giải tương tự như đối với nghiệm thực mà phải chuyển về phương trình tích (A+iB)(A-iB)=0.
- Sử dụng dạng đại số của số phức để tìm căn bậc hai của số phức.
- Biểu diễn hình học của số phức: Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức thỏa mãn một tính chất xác định. Tình huống thường gặp là viết z=x+yi với x, y là các số thực, biến đổi các điều kiện liên quan đến z tương đương với x, y thỏa mãn một phương trình đường thẳng hoặc đường tròn.
- Dạng lượng giác của số phức (dành cho học sinh ban nâng cao): Cho số phức dưới dạng đại số, biểu diễn số phức dưới dạng lượng giác, tìm acgumen, sử dụng công thức Moa-vrơ tìm lũy thừa bậc n của số phức; sử dụng dạng lượng giác để thực hiện phép toán giữa hai số phức (đối với chương trình nâng cao). Trong phần này, học sinh cần nắm vững một số công thức lượng giác của lớp 10 như công thức liên quan đến giá trị lượng giác của hai góc phụ nhau, hai góc bù nhau, hai góc đối

nhau, công thức cộng, công thức nhân đôi…

5. Chủ đề khối đa diện.

Học sinh cần chú ý những vấn đề sau

- Công thức tính diện tích của tam giác, diện tích hình thang, diện tích hình chữ nhật, thể tích của khối chóp, thể tích khối lăng trụ tam giác và lăng trụ tứ giác.

- Trong phần thể tích, học sinh thường phải tính đường cao của hình chóp hoặc hình lăng trụ. Các tình huống thường gặp:

i) Hình chóp đều có đường cao đi qua tâm của đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy;

ii) Hình lăng trụ đứng có đường cao là cạnh bên;

iii) Hình lăng trụ đều là hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều;

iv) Hình chóp có một mặt bên vuông góc với mặt đáy, khi đó áp dụng tính chất hai mặt phẳng vuông góc để xác định đường cao của hình chóp hoặc hình lăng trụ.

- Học sinh nắm vững cách xác định góc giữa hai đường thẳng, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, góc giữa hai mặt phẳng.

- Để làm tốt chủ đề này, học sinh phải nhớ định lí Pytago trong tam giác vuông, định lí cosin trong tam giác, hệ thức liên hệ giữa góc và cạnh trong tam giác vuông.

6. Chủ đề hình cầu, hình trụ, hình nón

- Nắm vững công thức diện tích của mặt cầu, thể tích của khối cầu, diện tích xung quanh của hình trụ, thể tích khối trụ, diện tích xung quanh của hình nón và thể tích khối nón.

- Với dạng toán hình cầu, học sinh phải biết xác định tâm mặt cầu ngoại tiếp đa diện. Có thể cần phải xác định tâm của đường tròn ngoại tiếp một mặt của đa diện, từ đó xác định trục của đường tròn ngoại tiếp. Một số trường hợp thường gặp:

i) Các đỉnh đa diện cùng nhìn hai điểm cố định dưới một góc vuông, khi đó tâm mặt cầu là trung điểm đoạn nối hai điểm cố định;

ii) Hình chóp đều khi đó đường thẳng đi qua đỉnh và tâm của đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy là trục của đường tròn ngoại tiếp đáy;

iii) Hình chóp có đáy là tam giác vuông, khi đó trục của đường tròn ngoại tiếp đáy là đường thẳng đi qua trung điểm của cạnh huyền và vuông góc với đáy.

Như vậy, để nắm vững dạng toán này, học sinh phải nắm vững các loại quan hệ vuông góc: đường thẳng vuông góc với đường thẳng, đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, hai mặt phẳng vuông góc.

7. Phương pháp tọa độ trong không gian

Học sinh cần chú ý những vấn đề sau:

- Các định nghĩa về tọa độ điểm, tọa độ vectơ, biểu thức tọa độ của các phép toán (học sinh ghi nhớ tọa độ trọng tâm tam giác, trọng tâm tứ diện).

- Định nghĩa, biểu thức toạ độ, tính chất của tích vô hướng của hai vectơ và ứng dụng.

- Định nghĩa, tính chất, ứng dụng của tích có hướng của hai vectơ.

- Các dạng của phương trình mặt cầu, xác định được tâm và tính bán kính của mặt cầu khi biết phương trình của nó, vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu (học sinh xác định được tiếp điểm trong trường hợp mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu, xác định được tâm, và tính bán kính của đường tròn giao tuyến trong trường hợp mặt phẳng cắt mặt cầu).

- Khái niệm và cách xác định vectơ pháp tuyến của mặt phẳng trong các trường hợp thường gặp.

- Viết thành thạo phương trình mặt phẳng khi biết một điểm và một vectơ pháp tuyến của nó.

- Ghi nhớ phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn.

- Viết được phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại một điểm thuộc mặt cầu.

- Nhận biết được vị trí tương đối của hai mặt phẳng có phương trình cho trước.

- Ghi nhớ và vận dụng tốt công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.
- Nắm được khái niệm và biết xác định vectơ chỉ phương của đường thẳng trong một số trường hợp thường gặp.
- Viết được phương trình tham số, phương trình chính tắc (nếu có) của đường thẳng khi biết một điểm và một vectơ chỉ phương của nó. Biết chuyển đổi qua lại giữa các phương trình này.
- Tìm được điểm thuộc đường thẳng đã cho.
- Biết xét vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng, đường thẳng và đường thẳng (lưu ý cách xác định giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng, của hai đường thẳng trong trường hợp chúng cắt nhau).
- Rèn luyện các bài tập trong sách giáo khoa.

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG CỦA ĐẠO HÀM

I. TÓM TẮT KIẾN THỨC:

***1). Sự đơn điệu của hàm số*:**

**** Định nghĩa:***

- ✓ Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên (a;b) $\Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in (a;b): x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$
- ✓ Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên (a;b) $\Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in (a;b): x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

**** Định lí:***

- ✓ Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên (a;b) $\Leftrightarrow$ $y' \geq 0; \forall x \in$ (a;b).
- ✓ Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên (a;b) $\Leftrightarrow$ $y' \leq 0; \forall x \in$ (a;b).

Chú ý: dấu “=” xảy ra ở một số hữu hạn điểm.

**** Chú ý:***

- Khi yêu cầu “Tìm khoảng đơn điệu” tức là “Tìm khoảng đơn điệu trên tập xác định”.
- Để xet tính đơn điệu của một hàm số, ta thực hiện như sau:
  + Tìm D.

  + Tính y'.

  + Tìm nghiệm của y' hay các điểm thuộc D tại đó y’ không xác định (nếu có).

  + Lập bảng biến thiên.

  + Căn cứ vào bảng biến thiên ta kết luận các khoảng đơn điệu.
- Hàm số nhất biến đồng biến (nghịch biến) trên từng khoảng xác định, khi xét điều kiện đủ không xảy ra dấu “=”.

2). Cực trị của hàm số:

a) Dấu hiệu 1 : Khi x qua x_0 mà y' đổi dấu (theo hướng từ trái sang phải) từ :

- $(+) \rightarrow (-)$: x_0 là điểm cực đại.
- $(-) \rightarrow (+)$: x_0 là điểm cực tiểu.

$\rightarrow$ *Quy tắc 1*: Lập bảng biến thiên, căn cứ vào bảng biến thiên ta kết luận cực trị của hàm số.

b) Dấu hiệu 2 :

- $\left.\begin{array}{l} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ x_0 là điểm cực tiểu.

- $\left.\begin{matrix} f'(x_0)=0 \\ f''(x_0)<0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ x_0 là điểm cực đại.

→ *Quy tắc 2*:

+ Tính y'.

+ Tìm các điểm x_i mà tại đó đạo hàm bằng 0 .

+ Tính y''.

+ Tính $y''(x_i)$ và dùng dấu hiệu 2 để kết luận x_i là điểm cực đại hay cực tiểu.

Chú ý: + x_0 là điểm cực trị của hàm số $y=f(x) \Rightarrow f'(x_0)=0$

+ Không dùng dấu hiệu 2 khi $f'(x_0)=f''(x_0)=0$ hay $f'(x_0)$ không tồn tại

+ **Các kết quả sau đây Sai** :

- $\left.\begin{matrix} f'(x_0)=0 \\ f''(x_0)>0 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow$ x_0 là điểm cực tiểu.
- $\left.\begin{matrix} f'(x_0)=0 \\ f''(x_0)<0 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow$ x_0 là điểm cực đại.

3). GTLN – GTNN của hàm số $y=f(x)$ trên D :

**** Định nghĩa:***

✓ Số M được gọi là GTLN của hàm số $y=f(x)$ trên D $\Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in D: f(x) \le M \\ \exists x_0 \in D: f(x_0)=M \end{cases}$

✓ Số m được gọi là GTNN của hàm số $y=f(x)$ trên D $\Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in D: f(x) \ge m \\ \exists x_0 \in D: f(x_0)=m \end{cases}$

4). Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số:

a) Tiệm cận đứng: $\lim\limits_{x \to x_0^{\pm}} y = \pm\infty \Rightarrow x=x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Phương pháp: Tìm các điểm x_0 là nghiệm của mẫu nhưng không là nghiệm của tử $\Rightarrow x=x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

b) Tiệm cận ngang: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = y_0 \Rightarrow y=y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Phương pháp: Tính $\lim\limits_{x \to +\infty} y$ **và** $\lim\limits_{x \to -\infty} y$.

Chú ý:

+ Hàm đa thức: đồ thị không có tiệm cận.

+ Xét hàm phân thức: $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$:

- ✓ Nếu bậc $P(x) \le$ bậc $Q(x)$: đồ thị có tiệm cận ngang.
- ✓ Nếu bậc $P(x) >$ bậc $Q(x)$: đồ thị không có tiệm cận ngang.

5). *Khảo sát hàm số:*

- ✓ Tìm tập xác định của hàm số .
- ✓ Tính đạo hàm y', tìm nghiệm của phương trình y'= 0 hay các điểm thuộc D tại đó y' không xác định (nếu có). Tính giá trị của hàm số tại các điểm vừa tìm được.
- ✓ Tìm các giới hạn tại vô cực, các giới hạn vô cực và tìm tiệm cận (nếu có).
- ✓ Lập bảng biến thiên. Kết luận cực trị, các khoảng đơn điệu
- ✓ Tìm điểm là giao của đồ thị với các trục (nếu có).
- ✓ Vẽ đồ thị.

Chú ý:

- ✓ *Hàm số bậc ba:* đồ thị có tâm đối xứng là nghiệm của phương trình $y'' = 0$ (đặc biệt nếu hàm số có cực đại và cực tiểu thì tâm đối xứng là trung điểm của điểm cực đại, cực tiểu).
- ✓ *Hàm số trùng phương:* đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng.
- ✓ *Hàm nhất biến:* đồ thị nhận giao điểm hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.

II. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP:

1/ SỰ ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

Dạng 1: Xét tính đơn điệu của một hàm số: Lập bảng biến thiên.

***Dạng 2: Định giá trị của tham số m để hàm số đồng biến (nghịch biến) trên TXĐ*:** Dùng định lý ở phần kiến thức để tìm m .

Chú ý: Nếu $y' = ax^2 + bx + c\ (a \ne 0)$ thì:

- ➢ $y' \ge 0, \forall x \in R \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \le 0 \end{cases}$
- ➢ $y' \le 0, \forall x \in R \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \le 0 \end{cases}$

CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

Dạng 1: Tìm các điểm cực trị của một hàm số: Ta dùng quy tắc 1 hoặc quy tắc 2.

Dạng 2: Định giá trị của tham số m để hàm số đạt cực trị tại x_0***:***

Phương pháp:

+ Tìm D.

+ Tính $y' \Rightarrow y'(x_0)$.

+ Lập luận: Hàm số đạt cực trị cực trị tại $x_0 \Rightarrow y'(x_0) = 0 \rightarrow$ giải PT tìm m.

+ Với từng giá trị m vừa tìm được ta dùng quy tắc 1 hoặc quy tắc 2 kiểm tra lại xem có thỏa điều kiện đề bài không.

+ Kết luận giá trị m thỏa điều kiện.

Dạng 3: Định giá trị của tham số m để các hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$ và $y = \dfrac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ $(a, m \neq 0)$ ***có cực đại, cực tiểu:***

Phương pháp:

+ Tìm D.

+ Tính y'.

+ Tính $\Delta_{y'}$.

+ Lập luận:

Hàm số luôn luôn có CĐ, CT $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt và đổi dấu hai lần khác nhau khi qua hai nghiệm đó $\Leftrightarrow PT\ y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta_{y'} > 0 \rightarrow$ giải tìm m.

Dạng 4: Định giá trị của tham số m để các hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$ và $y = \dfrac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ $(a, m \neq 0)$ ***không có cực đại, cực tiểu:***

Phương pháp:

+ Tìm D.

+ Tính y'.

+ Tính $\Delta_{y'}$.

+ Lập luận: Hàm số không có CĐ, CT $\Leftrightarrow PT\ y' = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta_{y'} \leq 0 \rightarrow$ giải tìm m.

Dạng 5: Chứng minh với mọi giá trị của tham số m hàm số luôn luôn có cực đại, cực tiểu:

Phương pháp:

+ Tìm D.

+ Tính y'

+ Tính $\Delta_{y'}$ (nếu y' là tam thức bậc 2 theo x)

+ Chứng minh : $\Delta_{y'} > 0$ và y' đổi dấu hai lần khác nhau khi qua hai nghiệm đó $\Rightarrow$ hàm số luôn luôn có CĐ, CT.

GTLN – GTNN CỦA HÀM SỐ $y = f(x)$ TRÊN TẬP D :

1) **Cách tìm GTLN-GTNN trên (a,b):**

+ Lập bảng biến thiên của hàm số trên (a,b).

+ Nếu trên bảng biến thiên có một cực trị duy nhất là cực đại (cực tiểu) thì giá trị cực đại (cực tiểu) là GTLN(GTNN) của hàm số trên (a,b).

2) **Cách tìm GTLN-GTNN trên [a,b]:**

+ Tìm các điểm tới hạn $x_1, x_2, ..., x_n$ của f(x) trên [a,b].

(Đó là các điểm làm cho y' = 0 hoặc các điểm thuộc [a,b] mà y' không xác định)

+ Tính f(a), $f(x_1)$, $f(x_2)$, ..., $f(x_n)$, f(b).

+ Tìm số lớn nhất M và số nhỏ nhất m trong các số trên

$$M = \max_{[a,b]} f(x) \quad ; \quad m = \min_{[a,b]} f(x)$$

Cách khác:

Lập bảng biến thiên **<u>trên [a;b]</u>** $\rightarrow$ kết luận.

CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN KHẢO SÁT HÀM SỐ:

Sự tương giao giữa 2 đồ thị:

a) *Bài toán 1:* Tìm số giao điểm của hai đường $(C_1): y = f(x)$ và $(C_2): y = g(x)$

+ Lập phương trình hoành độ điểm chung của (C_1) và (C_2): $f(x) = g(x)$.

+ Số nghiệm của phương trình hoành độ điểm chung chính là số điểm chung của hai đường.

b) *Bài toán 2:* Dùng đồ thị (C) biện luận theo tham số m số nghiệm của phương trình cho trước, ta thực hiện như sau:

+ Biến đổi phương trình đã cho về phương trình hoành độ điểm chung (một vế là phương trình của hàm số đã có đồ thị (C), một vế là phần còn lại)

+ Lập luận: Số nghiệm của phương trình chính là số điểm chung của (C) và (d).

+ Dựa vào đồ thị, ta tìm các giá trị m liên quan đến số điểm chung của (C) và (d) $\rightarrow$ Kết luận.

III. BÀI TẬP ÁP DỤNG:

Bài 1: Tìm các khoảng đơn điệu của các hàm số:

a/ $y = 4 + 3x - x^2$ b/ $y = \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 7x - 2$ c/ $y = x^4 - 2x^2 + 3$

d/ $y = -x^4 + 3x^2 - 5$ e/ $y = \frac{3x+1}{1-x}$ f/ $y = \frac{1-x}{x+2}$

g/ $y = \frac{x^2 + x - 5}{x+2}$ h/ $y = \frac{x^2 - 2x}{1+x}$ k/ $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 1}$

l/ $y = \sqrt{3x - x^2}$ m/ $y = \sqrt{x^2 - x - 20}$ n/ $y = x + \sin x$

Bài 2: Chứng minh hàm số $y = \sqrt{9 - x^2}$ nghịch biến trên khoảng $(0;3)$ và đồng biến trên khoảng $(-3;0)$.

Bài 3: Định m để hàm số :

a) $y = x^3 - 3(2m+1)x^2 + (12m+5)x + 2$ đồng biến trên tập xác định.

Kết quả: $-\frac{\sqrt{6}}{6} \le m \le \frac{\sqrt{6}}{6}$

b) $y = mx^3 - (2m-1)x^2 + (m-2)x - 2$ đồng biến trên tập xác định.

Kết quả: không có m.

c) $y=-\frac{1}{3}mx^3+mx^2-x+3$ nghịch biến trên tập xác định. *Kết quả:* $0\le m\le 1$

d) $y=\frac{x^2+mx-5}{3-x}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định. *Kết quả:* $m\le -\frac{4}{3}$

Bài 4: Định m để hàm số $y=x^3-3mx^2+(m^2-1)x+2$ đạt cực tiểu tại $x=2$.

Kết quả : $m=1$

Bài 5: Định m để hàm số $y=x^3-3x^2+3mx+3m+4$:

a. Không có cực trị. *Kết quả* : m ≥1

b. Có cực đại và cực tiểu. *Kết quả* : m <1

Bài 6: Định m để hàm số $y=\frac{x^2-4x+m}{1-x}$

a. Có cực đại và cực tiểu. *Kết quả* : m>3

b. Đạt cực trị tại $x=2$. *Kết quả* : m = 4

c. Đạt cực tiểu tại $x=-1$ *Kết quả* : m = 7

Bài 7:Tìm giá trị của m để đồ thị của hàm số $y=x^3+x^2+(m+2)x$

1. Có cực đại và cực tiểu. *Kết quả* : $m<-\frac{1}{3}$

2. Có 2 điểm cực trị nằm về 2 phía của trục tung. *Kết quả* : *m* < -2

3. Có 2 điểm cực trị với hoành độ âm. *Kết quả* : $-2<m<-\frac{1}{3}$

4. Đạt cực tiểu tại x = 2 *Kết quả* : *m* = -18

Bài 8: Chứng minh hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2-(2m+3)x+9$ luôn có cực trị với mọi giá trị của tham số m.

Bài 9: Tìm GTLN, GTNN của các hàm số :

a) $y=2x^3+3x^2-1$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2};1\right]$

Kết quả: $\max\limits_{[\frac{-1}{2};1]} y = f(1) = 4$; $\min\limits_{[\frac{-1}{2};1]} y = f(0) = -1$

b) $y = x - 5 + \sqrt{4 - x^2}$. *Kết quả:* $\max\limits_{[-2;2]} y = f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 5$; $\min\limits_{[-2;2]} y = f(-2) = -7$

c) $y = 2\sin x - \frac{4}{3}\sin^3 x$ trên đoạn $[0;\pi]$ (TN-THPT 03-04/1đ)

(Hướng dẫn: Đặt t = sin x , ($t \in [0;1]$) và xét GTNN-LN của $g(t) = 2t - \frac{4}{3}t^3$ trên $[0;1]$)

Kết quả: $\max\limits_{[0;\pi]} y = f\left(\frac{\pi}{4}\right) = f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$; $\min\limits_{[0;\pi]} y = f(0) = f(\pi) = 0$

d) $y = -x + 1 - \frac{4}{x+2}$ trên đoạn $[-1;2]$

e) $y = \frac{\ln x}{x}$ trên đoạn $[1;e^2]$ *Kết quả:* $\max\limits_{[1;e^2]} y = f(e) = \frac{1}{e}$; $\min\limits_{[1;e^e]} y = f(1) = 0$

f) $y = \sqrt{2}\cos 2x + 4\sin x$ $x \in [0,\pi/2]$ (TN-THPT 01-02/1đ)

TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG CONG (C) : y = f(x)

TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M(x_0 ; y_0) : $\boxed{y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)}$
- (C) : y = f(x) và (D) : y = g(x) tiếp xúc với nhau

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = g'(x) \\ f(x) = g(x) \end{cases} \boxed{\text{có nghiệm}}$$

(nghiệm của hệ phương trình là hoành độ tiếp điểm)

Vấn đề 1 : Lập phương trình tiếp tuyến của (C) tại M(x_0;y_0)

Phương pháp : Áp dụng công thức $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

- Nếu chưa cho y_0 thì tính $y_0 = f(x_0)$
- Nếu chưa cho x_0 thì x_0 là nghiệm của phương trình $f(x) = y_0$

Ví dụ: Lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x + 2$ tại:

a) Điểm M có hoành độ $x_M = 0$ b) Giao điểm của (C) với trục hoành

Giải :a) $x_M = 0 \Rightarrow y_M = 2 \Rightarrow M(0;2)$ $y' = f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f'(0) = -3$

Vậy phương trình tiếp tuyến : $y - 2 = -3(x - 0) \Leftrightarrow y = -3x + 2$

b) Phương trình trục Ox : y = 0 . Ta có $x^3 - 3x + 2 = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x^2+x-2)=0 \Leftrightarrow x=1 \vee x=-2$

+ x = 1: phương trình tiếp tuyến y = f'(1)(x – 1) $\Leftrightarrow y=0$

+ x = – 2 : phương trình tiếp tuyến y = f'(– 2)(x + 2) $\Leftrightarrow y=9(x+2) \Leftrightarrow y=9x+18$

Vấn đề 2: Lập phương trình tiếp tuyến có hệ số góc k cho trước

Phương pháp

Cách 1 : Gọi M(x_0 ; y_0) là tiếp điểm. Tiếp tuyến có hệ số góc k

$\Leftrightarrow f'(x_0)=k$. Giải phương trình tìm $x_0 \in D \Rightarrow y_0=f(x_0)$

Phương trình tiếp tuyến $y - y_0 = k(x - x_0)$

Cách 2 : Gọi (d) : $y = kx + b$ là tiếp tuyến của (C)

$\Leftrightarrow \begin{cases} f'(x)=k & (1) \\ f(x)=kx+b & (2) \end{cases}$ có nghiệm . Giải (1) tìm x thế vào (2) tìm b

Lưu ý Cho (d) : $y = a.x + b$ nếu :

- (d_1) song song với (d) thì (d_1) có hệ số góc $k = a$
- (d_2) vuông góc với (d) thì (d_1) có hệ số góc $k = -\frac{1}{a}$ hay $a.k = -1$

Ví dụ

Cho (C) : y = f(x) = x^3 – 2x + 2. lập phương trình tiếp tuyến của (C) biết

1) Tiếp tuyến song song với (d) : y = x + 1 2) Tiếp tuyến vuông góc với (d): y = x + 1

GIẢI

1) Gọi M(x_0 ; y_0) là tiếp điểm. Tiếp tuyến song song với (d) nên có hệ số góc k = 1

$\Leftrightarrow f'(x_0)=1 \Leftrightarrow 3x_0^2-2=1 \Leftrightarrow x_0=\pm 1$

+ x_0 = 1 $\Rightarrow$ y_0 = 1 . Phương trình tiếp tuyến : y = x
+ x_0 = – 1 $\Rightarrow$ y_0 = 3 . Phương trình tiếp tuyến : y = x + 4
2) Vì tiếp tuyến vuông góc với (d) nên tiếp tuyến có hệ số góc k = – 1 .

Gọi (d_1) : y = – x + b là tiếp tuyến của (C)

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2-2=-1 & (1) \\ x^3-2x+2=-x+b & (2) \end{cases}$ có nghiệm

$(1) \Leftrightarrow 3x^2 - 2 = -1 \Leftrightarrow x = \pm\frac{\sqrt{3}}{3}$. Từ (2) với x = $\pm\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow b = 2 \mp \frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Phương trình tiếp tuyến $y = -x + 2 \mp \frac{2\sqrt{3}}{9}$

Vấn đề 3 : Lập phương trình tiếp tuyến đi qua một điểm A($x_1; y_1$)

Phương pháp

Cách 1 : Gọi M(x_0 ; y_0) là tiếp điểm.

Tính $y_0 = f(x_0)$ và $f'(x_0)$ theo x_0 .

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M là : $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$ (1)

Vì tiếp tuyến đi qua A nên : $y_1 - y_0 = f'(x_0)(x_1 - x_0)$.

Giải phương trình tìm x_0 thay vào (1).

Cách 2 : Gọi (d) là đường thẳng đi qua A có hệ số góc k .

Ta có :

(d) : $y - y_1 = k(x - x_1)$ (1) là tiếp tuyến của (C)

$\Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = k & (1) \\ f(x) = k(x - x_1) + y_1 & (2) \end{cases}$ có nghiệm

Thế k từ (1) vào (2) giải tìm x thế vào (1) tìm k và thay vào phương trình (1) ra kết quả.

Ví dụ Lập phương trình tiếp tuyến của (C) : $y = f(x) = x^3 - 3x + 2$ biết rằng tiếp tuyến đi qua A(2 ; –4)

Giải:

<u>**Cách 1**</u> : Gọi M(x_0 ; y_0) là tiếp điểm . Ta có $y_0 = x_0^3 - 3x_0 + 2$ và $f'(x_0) = 3x_0^2 - 3$ Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M là:

$y - (x_0^3 - 3x_0 + 2) = (3x_0^2 - 3)(x - x_0) \Leftrightarrow y = (3x_0^2 - 3)x - 2x_0^3 + 2$ (1)

Vì tiếp tuyến đi qua A(2;– 4) nên: $-4 = (3x_0^2 - 3).2 - 2x_0^3 + 2$

$\Leftrightarrow x_0^3 - 3x_0^2 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 0 \vee x_0 = 3$

- $x_0 = 0$ phương trình tiếp tuyến là $y = -3x + 2$
- $x_0 = 3$ phương trình tiếp tuyến là $y = 24x - 52$

<u>**Cách 2**</u> : Gọi (d) là đường thẳng qua A và có hệ số góc k

Phương trình (d) : $y = k(x - 2) - 4$. (d) là tiếp tuyến của (C)

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 3 = k & (1) \\ x^3 - 3x + 2 = k(x - 2) - 4 & (2) \end{cases}$ có nghiệm

Từ (1) và (2) ta có $x^3 - 3x + 2 = (3x^2 - 3)(x - 2) - 4$

$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 3$

- $x = 0 \Rightarrow k = -3$. Phương trình tiếp tuyến là $y = -3x + 2$
- $x = 3 \Rightarrow k = 24 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến là $y = 24x - 52$

Vấn đề 4 :Sự tiếp xúc giữa hai đường

Phương pháp : Áp dụng : (C) và (D) tiếp xúc với nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = g'(x) \\ f(x) = g(x) \end{cases}$ có nghiệm

Từ đó suy ra giá trị tham số m.

Ví dụ Cho (C) : *y = f(x) =* $x^4 - x^2 + 1$ *và (D) : y = g(x) =* $x^2 + m$
Tìm để (C) và (D) tiếp xúc với nhau
GIẢI :
(C) và (D) tiếp xúc với nhau

$\Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = g'(x) \\ f(x) = g(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^3 - 2x = 2x & (1) \\ x^4 - x^2 + 1 = x^2 + m & (2) \end{cases}$ có nghiệm

(1) $\Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \pm 1$

★ $x = 0$ từ (2) ta có m = 1 ; ★ $x = \pm 1$ từ (2) ta có m = 0

Vấn đề 5 : Bien luan phöông trình bang ph*ương pháp* ñoi thò

Phöông phap: Cho (C) : y = f(x) , döïa vao ñoi thò (C) bien luan theo m so nghiem cua phöông trình F(x; m) = 0

GIAI : Bien ñoi F(x;m) = 0 $\Leftrightarrow$ f(x) = m

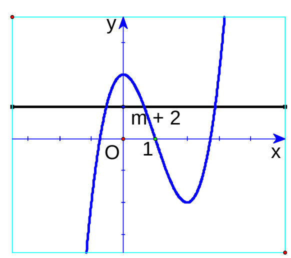
So nghiem cua phöông trình ña cho la so giao ñiem cua $\begin{cases} (C): y = f(x) \\ (d): \ y = m \end{cases}$

(y = m la ñöông thang cung phöông vôi Ox cat Oy tai ñiem co tung ño m)
Döïa vao ño thò ñe ket luan. (chu y so sanh m vôi cac gia trò cöïc trò , neu ño thò co tiem can ngang thì so sanh vôi gia trò tiem can ngang)

Ví du: Cho (C) : y = $x^3 - 3x^2 + 2$.
1) Khao sat ham so
2) Döïa vao (C) bien luan theo m so nghiem cua :
$x^3 - 3x^2 - m = 0$ (1)

GIAI :
1)
2) (1) $\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 2 = m + 2$

So nghiem cua phöông trình (1) la so giao ñiem cua $\begin{cases} (C) : y \\ (d) : y \end{cases}$ ôùi truïc hoanh)



Döïa vao ño thò ta co :

+ $m < -2 \vee m > 2$: Phöông trình co 1 nghiem
+ $m = -2 \vee m = 2$: Phöông trình co 2 nghiem
+ $-2 < m < 2$: Phöông trình co 3 nghiem

Vấn đề 6: khảo sát hàm số

Gv: Nhắc lại các bước khảo sát hàm số cho học sinh.

Các bước khảo sát hàm đa thức	Các bước khảo sát hàm hữu tỷ

✍ Tập xác định ✍ Tìm y' . ✍ Giải pt y' = 0 (nếu có). ✍ Giới hạn ✍ Bảng biến thiên (KL:ĐB,NB và CTrị) ✍ Điểm đồ thị đi qua ✍ Đồ thị(KL: Tính đối xứng của đồ thị)	✍ Tập xác định ✍ Tìm y' ✍ Giới hạn & tiệm cận ✍ Bảng biến thiên (KL:ĐB,NB và CTrị) ✍ Điểm đồ thị đi qua ✍ Đồ thị(KL: Tính đối xứng của đồ thị)

CÁC BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Khảo sát, vẽ đồ thị hàm số. Các bài toán liên quan…Ứng dụng của tích phân.

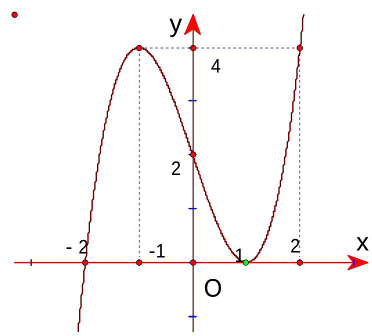
*** <u>Hàm bậc ba:</u>**

<u>Bài 1</u>: Cho hàm số: $y = x^3 - 3x + 2$, có đồ thị là (C).

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2./ Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm $M(0;2)$.

3/ Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục Ox.



<u>HD Bài 1</u>:

1/ Cực đại $(-1;4)$, cực tiểu $(1;0)$

2/ PTTT tại $M(0;2)$ là: $y = -3x + 2$

3/ Diện tích hình phẳng: $S_{gh} = \int_{-2}^{1} \left|x^3 - 3x + 2\right| dx = \int_{-2}^{1} \left(x^3 - 3x + 2\right) dx = \dfrac{27}{4} (dvdt)$

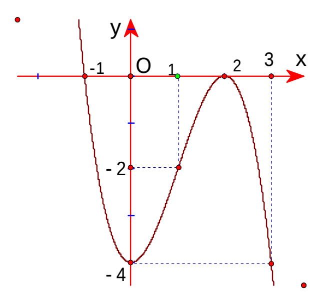
<u>Bài 2</u>: Cho hàm số: $y = -x^3 + 3x^2 - 4$, có đồ thị là (C).

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2./ Viết phương trình tiếp tuyến với (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng d: $y = -9x + 2009$

3/ Dùng đồ thị (C) biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $.x^3 - 3x^2 + m = 0$

<u>HD Bài 2</u>:



2/ PTTT là: $y = -9x - 9, y = -9x + 23$

3/ Xét phương trình: $.x^3 - 3x^2 + m = 0$ (1)

PT (1) $\Leftrightarrow -x^3 + 3x^2 - 4 = m - 4$

- $m - 4 > 0 \Leftrightarrow m > 4$: PT có 1 nghiệm duy nhất
- $m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 4$: Phương trình có 2 nghiệm phân biệt
- $-4 < m - 4 < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$:Phương trình có 3 nghiệm phân biệt
- $m - 4 = -4 \Leftrightarrow m = 0$: Phương trình có 2 nghiệm phân biệt
- $m - 4 < -4 \Leftrightarrow m < 0$: PT có 1 nghiệm duy nhất.

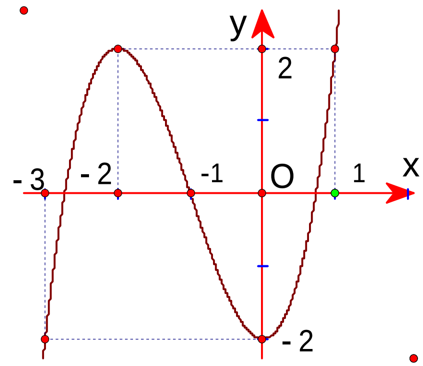
Bài 3: Cho hàm số: $y = x^3 + 3x^2 - 2$, có đồ thị là (C).

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2./ Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm thuộc (C) có hoành độ $x_0 = -3$

3/ Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và đường thẳng d: $y = 2$

HD Bài 3:



1/ Cực đại $(-2;2)$, cực tiểu $(0;-2)$

2/ PTTT là: $y = 9x + 25$

3/ Tính diện tích hình phẳng: PTHĐGĐ của (C) và d: $x^3 + 3x^2 - 2 = 2 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = -2$

$$S_{gh} = \int_{-2}^{1} \left| x^3 + 3x^2 - 2 - (-2) \right| dx = \int_{-2}^{1} \left| x^3 + 3x^2 - 4 \right| dx =$$

$$= \int_{-2}^{1} -\left(x^3 + 3x^2 - 4\right) dx = \frac{27}{4} (dvdt)$$

Bài 4 : Cho hàm số: $y = x^3 + 3x^2$, có đồ thị là (C).

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2./ Tìm điều kiện của m để phương trình sau có ba nghiệm phân biệt: $x^3 + 3x^2 - 2 - m = 0$.

3/ Tìm điểm thuộc đồ thị (C) sao cho tiếp tuyến với (C) tại điểm này có hệ số góc nhỏ nhất.

HD Bài 4:

2./ Tìm điều kiện của m: Xét PT: $x^3 + 3x^2 - 2 - m = 0 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 = m + 2$, kết quả: $-2 < m < 2$

3/ Tìm điểm thuộc đồ thị (C): Giả sử $M_0(x_0;y_0) \in (C) \Rightarrow$ Hệ số góc của tiếp tuyến tại M_0 là:

$f'(x_0) = 3x_0^2 + 6x_0 = 3(x_0^2 + 2x_0 + 1) - 3 \geq -3$, $f'(x_0) = -3 \Leftrightarrow x_0 = -1 \Rightarrow$ hệ số góc của tiếp tuyến đạt GTNN bằng -3 ứng với TT với (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ tương ứng $y_0 = 2$. Vậy điểm cần tìm là $M_0(-1;2)$

Bài 5: Cho hàm số: $y = 4x^3 - 3x - 1$, có đồ thị là (C).

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

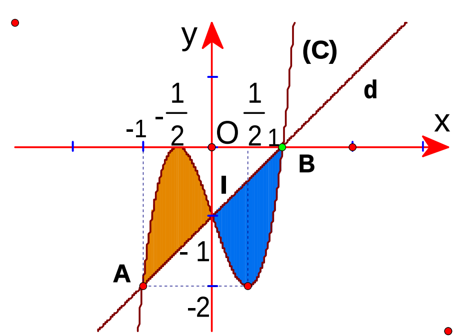
2./ Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $I(-1;0)$ và có hệ số góc k = 1.

a/ Viết phương trình đường thẳng d.

b/ Tìm toạ độ giao điểm của d và đồ thị (C).

c/ Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và d.

HD Bài 5:



1/ Cực đại $\left(-\frac{1}{2};0\right)$, cực tiểu $\left(\frac{1}{2};-2\right)$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		+	0	–	0	+	
y	$-\infty$	↗	CĐ 0	↘	-2 CT	↗	$+\infty$

2/

a/ Phương trình đường thẳng d: $y = x - 1$.

b/ Toạ độ giao điểm của d và (C):

$A(-1;-2)$, $I(-1;0)$, $B(1;0)$

c/ $S_{gh} = \int_{-1}^{1}\left|4x^3 - 3x - 1 - (x-1)\right|dx = \int_{-1}^{1}\left|4x^3 - 4x\right|dx = \int_{-1}^{0}(4x^3 - 4x)dx + \int_{0}^{1}\left(4x - 4x^3\right)dx = \frac{\cdots}{\cdots}(dvdt)$

Bài 6: Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx - 2m$

1/ Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = 1$.

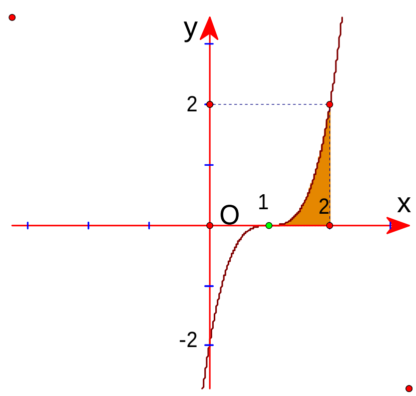
2/ Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C), trục Ox và hai đường thẳng: $x = 1, x = 2$

HD Bài 6:

1/ $m = 1$, ta có hàm số: $y = 2x^3 - 6x^2 + 6x - 2$

$y' = 6x^2 - 12x + 6 = 6(x-1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ do đó hàm số luôn luôn tăng và không có cực trị

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		+	0	+	
y	$-\infty$	↗	0	↗	$+\infty$



2/ $S_{gh} = \int_{1}^{2}\left|2x^3 - 6x^2 + 6x - 2\right|dx =$

$= \int_{1}^{2}(2x^3 - 6x^2 + 6x - 2)dx = \frac{1}{2}(dvdt)$

Bài 7: Cho hàm số $y = x^3 - mx^2 + m - 1$, m là tham số.

1/ Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = 3$.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) , biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng d:$y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

3/ Xác định m để hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$.

HD Bài 7:

1/ $m = 3$, ta có hàm số: $y = x^3 - 3x^2 + 2$

Điểm cực đại: $(0;2)$ Điểm cực tiểu: $(2;-2)$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	C§ 2	↘	-2 CT	↗	$+\infty$

2/ PTTT là: $y = -3x + 3$.

3./ Hàm số đạt cực tiểu tại điểm x=2 khi $m = 3$.

Bài 8: Cho hàm số : $y = -x^3 + 3x^2 - 2$, đồ thị (C)

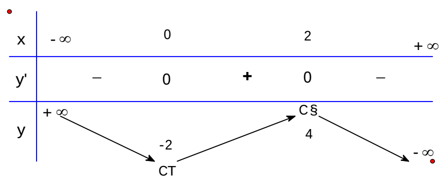
1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số

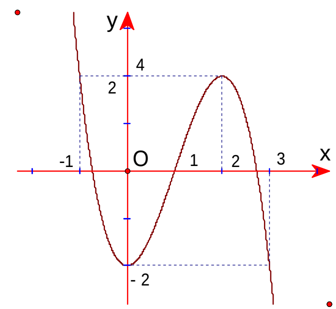
2/ Viết phương trình tiếp tuyến Δ với (C) tại điểm A(0 , - 2)

3/ d là đường thẳng qua K(1,0) có hệ số góc m . Tìm giá trị m để đường thẳng d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt .

HD Bài 8:

1/ Điểm cực tiểu: $(0;-2)$ Điểm cực đại: $(2;4)$





2/ PTTT với (C) tại điểm $A(0;-2)$.

3/ Phương trình đường thẳng d: $y = m(x-1)$.

PTHĐGĐ của d và (C): $x^3 - 3x^2 + m(x-1) + 2 = 0 \quad (1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 - 2x + m - 2 = 0 \quad (2) \end{array}\right.$

d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt ⇔ p. trình (1) có 3 nghiệm pb ⇔ (2) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 1 - 2 + m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m < 3$$

Bài 9: Cho hàm số: $y = 2x^3 - 3x^2 - 1$, đồ thị (C).

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số .

2/ Tìm toạ độ giao điểm của (C) và đường thẳng d: $y = x - 1$

3/ Dùng đồ thị (C) biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $2x^3 - 3x^2 - m = 0$

HD Bài 9:

1/. KSHS

- TXĐ: $D = \mathbb{R}$ • $y' = 6x^2 - 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0; y = -1 \\ x = 1; y = -2 \end{array}\right.$
- Giới hạn : $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$
- BBT

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	↗	0 C§	↘	CT -2	↗	$+\infty$

- ĐĐB: $(-1; -6)$; $\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$$(2; 3)$
- Đồ thị:

2/ Tìm toạ độ giao điểm của (C) và đường thẳng d: PTHĐGĐ: $2x^3 - 3x^2 - x = 0$.

$$\Leftrightarrow x\left(2x^2 - 3x - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2x^2 - 3x - 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4} \end{array}\right.$$

Thay vào PT đt (d) ta có toạ độ giao điểm.

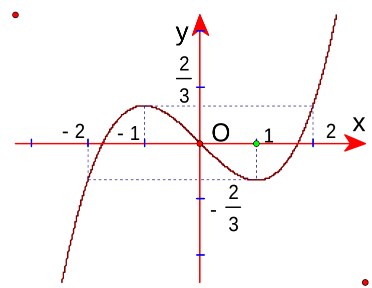
Bài 10: Cho hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thi (C) của hàm số .

2/ Chứng minh rằng đường thẳng $y = \frac{1}{3}x - 1$ cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt A, M, B trong đó M là trung điểm của đoạn AB. Tính diện tích của tam giác OAB.

HD Bài 10:

2/ Lập phương trình hoành độ giao điểm, giải được 3 nghiệm $x = \pm 1$; $x = 3$ $\Rightarrow A\left(-1; -\frac{4}{3}\right)$; $M\left(1; -\frac{2}{3}\right)$; $B(3;0)$



từ kết quả trên $\Rightarrow$ M là trung điểm của đoạn AB.

Diện tích tam giác OAB: $S_{OAB} = \frac{1}{2}.3.\frac{4}{3} = 2$ (đvdt)

*** Hàm nhất biến**

Bài 11: Cho hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ có đồ thị (C)

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số

2/ Tìm m để (C) cắt đường thẳng (d): $y = m(x + 1) + 3$ tại 2 điểm phân biệt A,B nhận I(-1;3) làm trung điểm AB.

HD Bài 11:

1.Khảo sát và vẽ đồ thị (C) hàm số.

▹ Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

▹ $y' = -\dfrac{3}{(x-1)^2} \Rightarrow y' < 0,\ \forall x \neq 1$, hàm số giảm trên từng khoảng xác định.

▹ $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = 2 \Rightarrow$ đồ thị có tiệm cận ngang là $y = 2$

▹ $\lim\limits_{x \to 1^+} y = +\infty;\ \lim\limits_{x \to 1^-} y = -\infty \Rightarrow$ đồ thị có tiệm cận đứng là $x = 1$

▹ BBT

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	2

▹ Đồ thị:

2/ Ta thấy I(-1;3) nằm trên (d). Hoành độ giao điểm của (C) và (d) là nghiệm của phương trình

$\dfrac{2x+1}{x-1} = m(x+1) + 3 \Leftrightarrow mx + x - m - 4 = 0\,(*)$ ((*) không có nghiệm x = 1)

để (d) cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A,B nhận I làm trung điểm AB<=> (*) có 2 nghiệm phân biệt

x_1, x_2 thoả mãn : $\dfrac{x_1 + x_2}{2} = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta = 1 + 4m(m+4) > 0 \\ -\dfrac{1}{m} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow m = \dfrac{1}{2}$

<u>Bài 12</u>: Cho hàm số $y = \dfrac{3(x+1)}{x-2}$ (C).

1/ Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại giao điểm của (C) và trục tung.

3/ Tìm tất cả các điểm trên (C) có toạ độ nguyên.

<u>HD Bài 12</u>:

3/ Có 6 điểm thuộc (C) có toạ độ nguyên là: (1; -6); (3; 12); (-1; 0); (5; 6); (-7; 2) và (11; 4)

<u>Bài 13</u>: Cho hàm số : $y = \dfrac{2x-1}{x-2}$

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số

2/ Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, đường thẳng $y = x - m$ luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

<u>HD Bài 13</u>:

2/ PT HĐGĐ của (C) và đường thẳng $y = x - m$:

$\dfrac{2x-1}{x-2} = x - m \Leftrightarrow x^2 - (m+4)x + 2m + 1 = 0, x \neq 2\ (*)$

$x = 2$ không là nghiệm của pt (*) và $\Delta = (m+4)^2 - 4.(2m+1) = m^2 + 12 > 0, \forall m$.

Do đó, pt (*) luôn có hai nghiệm khác 2. Vậy đường thẳng $y = x - m$ luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

Bài 14: Cho hàm số $y = 2 + \dfrac{3}{x-1}$

1/ Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến với với đồ thị (C) tại giao điểm của (C) và trục Ox.

3/ Tìm m để đường thẳng d : $y = -x + m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt .

HD Bài 14:

Hàm số được viết lại: $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$

1.Khảo sát và vẽ đồ thị (C) hàm số.

▹ Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ ▹ $y' = -\dfrac{3}{(x-1)^2} \Rightarrow y' < 0,\ \forall x \neq 1$, hàm số giảm trên từng khoảng xác định.

▹ $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = 2 \Rightarrow$ đồ thị có tc ngang là $y = 2$, $\lim\limits_{x \to 1^+} y = +\infty$; $\lim\limits_{x \to 1^-} y = -\infty \Rightarrow$ đồ thị có tc đứng là $x = 1$

▹ BBT

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-	‖	-	
y	2	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	2

▹ Đồ thị:

2.Viết phương trình tiếp tuyến với với đồ thị (C) tại giao điểm của (C) và trục Ox:

▹ Thay $y = 0$ vào hàm số ta có $x = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow$ đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $M_0\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$

▹ Phương trình tiếp tuyến có dạng: $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$ trong đó:

$x_0 = -\dfrac{1}{2}; y_0 = 0$ vì $y' = -\dfrac{3}{(x-1)^2} \Rightarrow f'(x_0) = -12 \Rightarrow$ PTTT: $y = -\dfrac{4}{3}x - \dfrac{2}{3}$

3.Tìm m để d : $y = -x + m$ cắt (C) tại hai điểm pb.

▹ PTHĐGĐ: $\dfrac{2x+1}{x-1} = -x + m \Leftrightarrow g(x) = x^2 + (1-m)x + 1 + m = 0$ (1) $(x \neq 1)$

▹ YCBT $\Leftrightarrow$ PT(1) có hai nghiệm phân biệt $\neq 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} g(1) \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \neq 0 \\ m^2 - 6m - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 3 - 2\sqrt{2} \\ m > 3 + 2\sqrt{2} \end{array}\right.$$

Bài 15: Cho hàm số $y = \dfrac{-x+1}{x+1}$ có đồ thị (C).

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.

2/ Tìm điểm M trên Ox mà tiếp tuyến đi qua M song song với đường thẳng (D):y = - 2x

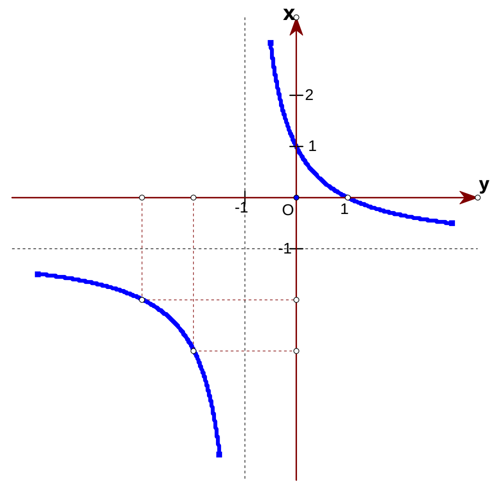
HD Bài 15:

▹ TXĐ : $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

▹ Chiều biến thiên y’=$\dfrac{-2}{(x+1)^2}$, y’ < 0 với mọi x ≠ -1, hs nghịch biến trên các khoảng: (-∞;-1) và (-1;+∞)

▹ Tiệm cận : $\lim\limits_{x\to -1^+} \dfrac{-x+1}{x+1} = +\infty$ $\lim\limits_{x\to -1^-} \dfrac{-x+1}{x+1} = -\infty$ Nên x = - 1 là T C Đ

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = -1$ Nên y = -1 là T C N



▹ Bảng biến thiên.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	-1	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	-1

▹ Đồ thị: đồ thị cắt Ox tại (1;0), cắt Oy tại (0;1)

2/ Nếu gọi $M_0(x_0;y_0)$ là tiếp điểm thì từ giả thiết ta có $\dfrac{-2}{(x_0+1)^2}$=-2 suy ra x_0=0 và x_0 = - 2 với x_0 = 0 thì y_0 = 1 ta có pttt tại M_0 là y = -2x + 1 nên cắt Ox tại M(1/2;0)

Với x_0 = - 2 thì y_0 = - 3 ta có pttt tại M_0 là y = - 2x - 7 nên cắt Ox tại M(-7/2;0)

Vậy có hai điểm thoả ycbt: M(1/2;0) và M(-7/2;0)

Bài 16: Cho hàm số $y = \dfrac{-2x}{x+1}$ (C)

1/ Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số

2/ Tìm m để đường thẳng d: $y = mx + 2$ cắt cả hai nhánh của đồ thị (H).

HD Bài 17:

2/ Phương trình hoành độ giao điểm: $mx^2 + (m+4)x + 2 = 0$ (*), $x \neq -1$.

d cắt hai nhánh của (H) ⇔ (*) có 2 nghiệm thoả mãn: $x_1 < -1 < x_2$ ⇔ $t_1 < 0 < t_2$

với t = x+1. Tìm được $m > 0$

Bài 18: Cho hàm số: $y = \dfrac{2x-3}{1-x}$ có đồ thị là (C).

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2/ Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và haiòng thẳng x = 2; x = 4.

3/ Viết phương trình các đường thẳng song song với đường thẳng: $y = -x + 3$ và tiếp xúc với đồ thị (C)

HD Bài 18:

3/ Có hai tiếp tuyến thoả ycbt: $(d_1): y = -x - 3$, $(d_2): y = -x + 1$

*** Hàm trùng phương**

Bài 19: Cho hàm số: $y = x^4 - 2x^2$

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

2/ Định m để phương trình: $x^4 - 2x^2 + \log m - 1 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt

HD Bài 19:

2/ Phương trình có bốn nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -1 < 1 - \log m < 0 \Leftrightarrow 10 < m < 100$

Bài 20: Cho hàm số: $y = \frac{1}{2}x^4 - 3x^2 + \frac{3}{2}$ có đồ thị (C).

1/ Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2/ Viết PTTT với đồ thị (C) của hàm số tại điểm thuộc (C) có hoành độ $x_0 = 2$.

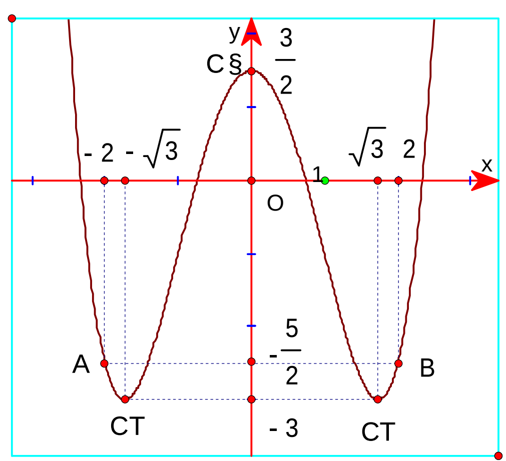
3/ Tìm điều kiện của m để phương trình sau có 4 nghiệm : $x^4 - 6x^2 + 1 + m = 0$.

HD Bài 20:

1/ KSHS: $y = \frac{1}{2}x^4 - 3x^2 + \frac{3}{2}$

- TXĐ: $D = \mathbb{R}$
- $y' = 2x^3 - 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0; \quad y = 3/2 \\ x = \pm\sqrt{3}; y = -3 \end{array}\right.$
- Giới hạn : $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = +\infty$,
- BBT

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$	$\searrow$	CT -3	$\nearrow$	C§ $\frac{3}{2}$	$\searrow$	CT -3	$\nearrow$	$+\infty$



2/ PTTT với (C) tại $x_0 = 2$

- $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = -5/2$
- $f'(x) = 2x^3 - 6x \Rightarrow f'(x_0) = 4$

- PTTT: $y = 4x - (21/2)$

3/ Tìm m để pt sau có 4 nghiệm : $x^4 - 6x^2 + 1 + m = 0$.

$\triangleright$ $x^4 - 6x^2 + 1 + m = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^4 - 3x^2 + \frac{3}{2} = 1 - \frac{m}{2}$

$\triangleright$ Đặt: $y = -x^3 + 3x + 1$, đồ thị (C) vừa vẽ và $y = 1 - \frac{m}{2}$: đồ thị là đường thẳng(d) cùng phương Ox
.

$\triangleright$ Số nghiệm của PT = số giao điểm của (C) & (d)

$\triangleright$ YCBT $\Leftrightarrow -3 < 1 - \frac{m}{2} < \frac{3}{2} \Leftrightarrow -1 < m < 8$

Bài 21: Cho hàm số : $y = x^2(m - x^2)$

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = 4$.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$.

HD Bài 21:

1/ $\triangleright$ $m = 4$ ta có hàm số: $y = -x^4 + 4x^2$:

- TXĐ: $D = \mathbb{R}$, • $y' = -4x^3 + 8x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0; \quad y = 0 \\ x = \pm\sqrt{2}; y = 4 \end{array}\right.$
- Giới hạn : $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = -\infty$
- BBT

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	-	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4 C§	$\searrow$	CT 0	$\nearrow$	4 C§	$\searrow$	$-\infty$

3/ PTTT là : $y = -4x - 1$.

Bài 22: Cho hàm số : $y = (1 - x^2)^2 - 6$, đồ thị (C)

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2/ Biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $m - x^4 + 2x^2 = 0$

3/ Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị biết nó song song với đường thẳng d: $y = 24x + 10$

HD Bài 22: 1/ $y' = 4x^3 - 4x, y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = -5 \\ x = \pm 1 \Rightarrow y = -6 \end{array}\right.$

3/ Ta có: $4x^3 - 4x = 24 \Leftrightarrow x^3 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2$, khi $x = 2 \Rightarrow y = 3$. Vậy PTTT là: $y = 24x - 45$

Bài 23: Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ đồ thị (C)

1/ Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số

2/ Tìm m để phương trình $x^4 - 2x^2 + m = 0$ (*) có bốn nghiệm phân biệt.

HD Bài 23: 2/ Phương trình $(*) \Leftrightarrow -x^4 + 2x^2 + 3 = m + 3$

PT (*) có 4 nghiệm pb khi đt: $y = m + 3$ cắt (C) tại 4 điểm pb $\Leftrightarrow 3 < m + 3 < 4 \Leftrightarrow 0 < m < 1$.

PHƯƠNG TRÌNH , BẤT PHƯƠNG TRINH MŨ VÀ LOGARIT

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN :

1) Luỹ thừa:

*** Các công thức cần nhớ:** $0 < a \neq 1$

$$a^0 = 1; \qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n}; \qquad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

*** Tính chất của lũy thừa:** $0 < a \neq 1$

$$a^m.a^n = a^{m+n}; \qquad \left(a^m\right)^n = a^{mn}; \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n};$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}; \qquad (ab)^n = a^n b^n$$

*** Quy tắc so sánh:**

+ Với a > 1 thì $a^m > a^n \Leftrightarrow m > n$

+ Với 0 < a < 1 thì $a^m > a^n \Leftrightarrow m < n$

2) Căn bậc n

$$\sqrt[n]{a.b} = \sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}; \qquad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \qquad \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m \qquad \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

3) Lôgarit:

*** Định nghĩa:** Cho $a,b > 0; a \neq 1$: $\log_a b = \alpha \Leftrightarrow a^\alpha = b$

*** Tính chất:**

$$\log_a 1 = 0; \qquad \log_a a = 1; \qquad \log_a a^\alpha = \alpha; \qquad a^{\log_a b} = b$$

*** Quy tắc so sánh:**

+ Với a > 1 thì: $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$

+ Với 0 < a <1 thì: $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$

+ $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$

*** Quy tắc tính:**

$$\log_a(b_1b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2 \qquad \log_a \frac{b_1}{b_2} = \log_a b_1 - \log_a b_2$$

$$\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b \qquad \log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha}\log_a b$$

*** Công thức đổi cơ số:**

$$\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b} \quad \text{hay} \quad \log_a b.\log_b c = \log_a c$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a} \quad \text{hay} \quad \log_a b.\log_b a = 1;$$

*** Chú ý**: Lôgarit thập phân (cơ số 10) kí hiệu là: logx hoặc lgx

Lôgarit cơ số e kí hiệu là: lnx

4) Bảng đạo hàm cần nhớ:

Đạo hàm của hs mũ và logarit	**Đạo hàm của hàm số hợp u = u(x)**
$(e^x)' = e^x$	$(e^u)' = u'.e^u$
$(a^x)' = a^x.\ln a$	$(a^u)' = u'.a^u.\ln a$
$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$
$(\log_a x)' = \frac{1}{x.\ln a}$	$(\log_a u)' = \frac{u'}{u.\ln a}$

5) Phương trình mũ, phương trình logarit:

	PHƯƠNG TRÌNH MŨ	***PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT***
Dạng cơ bản.	$a^x = b$ ($0 < a \neq 1$; b tùy ý)	$\log_a x = b$ ($0 < a \neq 1$; b tùy ý)

Cách giải dạng cơ bản.	$+\ b \le 0$: Pt vô nghiệm. $+\ b > 0$: Pt có 1 n$_0$: $x = \log_a b$ ***Chú ý***: Xét b.	Pt luôn có n$_0$: $x = a^b$
Cách giải các dạng pt đơn giản.	1. Đưa về cùng cơ số: áp dụng: $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)\,(0 < a \ne 1)$. 2. Đặt ẩn phụ: $t = a^{f(x)}$.(đk t)	1. Đưa về cùng cơ số: áp dụng: $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$ ($0 < a \ne 1$ và $f(x) > 0$ hoặc $g(x) > 0$). 2. Đặt ẩn phụ: $t = \log_a f\left(x\right)$.. ***Chú ý:*** Điều kiện xác định của phương trình.

6) Bất phương trình mũ, bất phương trình logarit: phương pháp tương tự như phương pháp giải phương trình mũ và logarit nhưng ta cần xét a để xác định chiều của bất phương trình.

Chú ý:

- Khi giải pt, bất phương trình mũ cơ bản ta phải xét b.
- Khi giải pt, bất phương trình logarit ta cần đặt điều kiện xác định của phương trình.

II. CÁC DẠNG TOÁN ĐIỂN HÌNH :

Dạng 1: Tìm tập xác định của hàm số

Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = e^{\ln\left(-x^2+5x+6\right)}$ b) $y = \log\left(x^2 + 3x + 2\right)$

c) $y = \log_2 \dfrac{3}{10 - x}$ d) $y = \log_3\left(2 - x\right)^2$ e) $y = \log_{\sqrt{2}} \dfrac{1 - x}{1 + x}$

f) $y = \dfrac{2x - 3}{\log_5(x - 2)}$ g) $y = \log_{1/2} \sqrt{-x^2 + 4x + 5}$ h) $y = \sqrt{2e^{2x} + e^x - 3}$

KQ:

a) $\left(-1;6\right)$	b)	c) $\left(-\infty;10\right)$	d) $R \setminus \left\{2\right\}$

	$(-\infty;-2)\cup(-1;+\infty)$		
e) $(-1;1)$	f) $(2;+\infty)\setminus\{3\}$	g) $(-1;5)$	h) $[0;+\infty)$

Dạng2: Chứng minh một đẳng thức có chứa đạo hàm

Chứng minh hàm số sau thỏa hệ thức:

a) $y=(x+1)e^{x}$ thỏa $y'-y=e^{x}$

b) $y=\ln\dfrac{1}{x+1}$ thỏa $xy'+1=e^{y}$

c) $y=e^{4x}+2e^{-x}$ thỏa $y'''-13y'-12y=0$

Dạng3 : phương trình mũ

Bài 1 : Giải các phương trình sau:

a) $2^{x-4}=\sqrt[3]{4}$

b) $2^{x^2-6x-\frac{5}{2}}=16\sqrt{2}$

c) $3^{2x-3}=9^{x^2+3x-5}$

d) $2^{x^2-x+8}=4^{1-3x}$

e) $5^{2x+1}-3.5^{2x-1}=110$

f) $32^{\frac{x+5}{x-7}}=\dfrac{1}{4}.128^{\frac{x+17}{x-3}}$

g) $2^{x}+2^{x-1}+2^{x-2}=3^{x}-3^{x-1}+3^{x-2}$

h) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{x}.\left(\dfrac{9}{8}\right)^{x}=\dfrac{27}{64}$

k) $3^{x-1}=6^{x}.2^{-x}.3^{x+1}$

i) $(\sqrt{5}+2)^{x-1}=(\sqrt{5}-2)^{\frac{x-1}{x+1}}$

KQ:

a) $\left\{\dfrac{14}{3}\right\}$	b) $\{-1;7\}$	c) $\left\{\dfrac{-2\pm3\sqrt{2}}{2}\right\}$	d) $\{-2;-3\}$	e) $\{1\}$
f) $\left\{\dfrac{95}{13}\right\}$	g) $\{2\}$	h) $\{3\}$	k) $\{-2\}$	i) $\{1;-2\}$

Bài 2 : Giải các phương trình sau:

a) $2^{2x+6} + 2^{x+7} = 17$ b) $3^{2x+1} - 9.3^{x} + 6 = 0$

c) $7^{x} + 2.7^{1-x} - 9 = 0$ d) $2^{2x+2} - 9.2^{x} + 2 = 0$

e) $9^{2x+4} - 4.3^{2x+5} + 27 = 0$ f) $5^{2x+4} - 110.5^{x+1} - 75 = 0$

g) $\left(\frac{5}{2}\right)^{x} - 2\left(\frac{2}{5}\right)^{x+1} + \frac{8}{5} = 0$ h) $5^{\sqrt{x}} - 5^{3-\sqrt{x}} = 20$

i) $\left(4-\sqrt{15}\right)^{x} + \left(4+\sqrt{15}\right)^{x} = 2$ j) $\left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^{x} + \left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^{x} = 10$

k) $12.9^{x} - 35.6^{x} + 18.4^{x} = 0$ l) $(3^{x}+2^{x})(3^{x}+3.2^{x}) = 8.6^{x}$

KQ:

a) $\{-3\}$	b) $\{0;\log_3 2\}$	c) $\{1;\log_7 2\}$	d) $\{-1;2\}$
e) $\left\{-1;-\frac{3}{2}\right\}$	f) $\{0\}$	g) $\{-1\}$	h) $\{4\}$
i) $\{0\}$	j) $\{\pm 2\}$	k) $\{-1;2\}$	l) $\left\{0;\log_{\frac{3}{2}} 3\right\}$

Bài 3: Cho hàm số $y = \frac{1}{2}e^{2x+1} - e^{x+1}$

Giải phương trình : $y' - 2e = 0$

KQ: $\{\ln 2\}$

Dạng4: phương trình logarit

Bài 1: Giải các phương trình sau:

a) $\log_2 x + \log_2(x+1) = 1$ b) $\log_2(3-x) + \log_2(1-x) = 3$

c) $\log(x+1) - \log(1-x) = \log(2x+3)$ d) $\log_4(x+2) - \log_4(x-2) = 2\log_4 6$

e) $\log_4 x + \log_2 x + 2\log_{16} x = 5$ f) $\log_{\sqrt{3}}(x-2).\log_5 x = 2\log_3(x-2)$

g) $\log_3 x = \log_9(4x + 5) + \frac{1}{2}$

KQ:

a) $\{1\}$	b) $\{-1\}$	c) $\left\{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right\}$	d) $\frac{74}{35}$
e) $\{4\sqrt{2}\}$	f) $\{3;5\}$	g) $\{6+\sqrt{51}\}$	

Bài 2: Giải các phương trình sau:

a) $\log_2^2 x + 6\log_4 x = 4$

b) $\log_3(3^x - 1).\log_3(3^{x+1} - 3) = 12$

c) $\log_2^2(x-1)^2 + \log_2(x-1)^3 = 7$

d) $\log_2(9^{x-2} + 7) - 2 = \log_2(3^{x-2} + 1)$

e) $\frac{1}{4 - \ln x} + \frac{2}{2 + \ln x} = 1$

f) $\log^2_{\sqrt{2}} x + 3\log_2 x + \log_{1/2} x = 2$

g) $3\sqrt{\log_3 x} - \log_3 3x = 1$

h) $\log_3(3^x - 8) = 2 - x$

k) $\log_3(4.3^x - 1) = 2x + 1$

m) $\log_3[5 + 4.\log_3(x-1)] = 2$

a) $\left\{2;\frac{1}{16}\right\}$	**b)** $\{\log_3 28; \log_3 82 - 4\}$	c) $\left\{3;\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{7}{4}} + 1\right\}$	d) $\{2;3\}$
e) $\{e;e^2\}$	f) $\left\{\frac{1}{2};\sqrt{2}\right\}$	g) $\{3;81\}$	h) $\{2\}$
k) $\{0;-1\}$	m) $\{4\}$		

Bài 3: Cho hàm số $y = \ln^2 x$ (x > 0)

Giải phương trình : $y - xy' - 3 = 0$

KQ: $\left\{\frac{1}{e};e^3\right\}$

Dạng5 :Bất phương trình mũ

Bài 1: Giải các bất phương trình sau:

a) $16^{x-4} > 8$ b) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+5} < 9$ c) $9^x \le 3^{\frac{6}{x+2}}$

d) $\left(\frac{1}{4}\right)^{x^2-x-6} > 1$ e) $2\left(\frac{1}{2}\right)^{4x^2-15x+4} > 2^{3x+5}$ f) $6^{2x+3} < 2^{x+7}.3^{3x-1}$

KQ:

a) $\left(\frac{19}{4};+\infty\right)$	b) $\left(-\frac{7}{2};+\infty\right)$	c) $\left(-\infty;-3\right]\cup\left(-2;1\right]$	d) $\left(-2;3\right)$	e) $\left(1;2\right)$	f) $\left(4;+\infty\right)$

Bài 2: Giải các bất phương trình sau:

a) $5^{2x} + 2 \ge 3.5^x$ b) $5^{2x-3} - 2.5^{x-2} > 3$

c) $2^{2x+6} + 2^{x+7} > 17$ d) $5.4^x + 2.25^x \le 7.10^x$

e) $2.16^x - 2^{4x} - 4^{2x-2} > 15$ f) $4^{x+1} - 16^x < 2\log_4 8$

g) $3^x - 3^{2-x} + 8 > 0$ h) $4^{\frac{1}{x}-1} \ge 2^{\frac{1}{x}-2} + 3$

i) $5^x - 3^{x+1} > 2\left(5^{x-1} - 3^{x-2}\right)$

KQ:

a) $\left(-\infty;0\right]\cup\left[\log_5 2;+\infty\right)$	b) $\left(2;+\infty\right)$	c) $\left(-3;+\infty\right)$	d) $\left[0;1\right]$	e) $\left(1;+\infty\right)$
f) $\left(-\infty;0\right)\cup\left(\log_4 3;+\infty\right)$	g) $\left(0;+\infty\right)$	h) $\left(0;\frac{1}{2}\right]$	i) $\left(3;+\infty\right)$	

Dạng6 :Bất phương trình logarit

Bài 1: Giải các bất phương trình sau:

a) $\log_4\left(x+7\right) > \log_4\left(1-x\right)$ b) $\log_2\left(x^2-4x-5\right) \le 4$

c) $\log_2(x+5) < \log_2(3-2x) - 4$

d) $\log_{\frac{1}{2}}(\log_3 x) \le 0$

e) $2\log_8(x-2) - \log_8(x-3) > \frac{2}{3}$

f) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{2-3x}{x} \ge -1$

KQ:

a) $(-3;1)$	b) $[-3;-1) \cup (5;7]$	c) $\left(-5;-\frac{77}{18}\right)$
d) $[3;+\infty)$	e) $(3;+\infty) \setminus \{4\}$	f) $\left[\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$

Bài 2: Giải các bất phương trình sau:

a) $\log_{\frac{1}{3}}^2 x + 3\log_{\frac{1}{3}} x > 0$

b) $\frac{1}{1-\log x} + \frac{1}{\log x} > 1$

c) $\log_2^2 x + \log_2 4x - 4 \ge 0$

d) $\frac{\log^2 x - 3\log x + 3}{\log x - 1} < 1$

e) $\log_5(5^x - 4) > 1 - x$

f) $\log_{\frac{1}{3}}(2^{x+2} - 4^x) \ge -2$

KQ:

a) $(0;1) \cup (27;+\infty)$	b) $(1;10)$	c) $\left(0;\frac{1}{4}\right] \cup [2;+\infty)$
d) $(0;10)$	e) $(1;+\infty)$	f) $(-\infty;2)$

CHƯƠNG III

NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN

A. NGUYÊN HÀM

I. Nguyên hàm :

1/ Định nghĩa

Hàm số $F(x)$ gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K nếu

$$F'(x)=f(x);\forall x\in K.$$

Kí hiệu :

$$\int f(x)dx=F(x)+C.$$ (C là hằng số)

2/ Tính chất :

Tính chất 1 **:** $\int f'(x)dx=f(x)+C$

Tính chất 2 : $\int kf(x)dx=k\int f(x)dx\ (k\neq 0)$

Tính chất 3 : $\int[f(x)\pm g(x)]dx=\int f(x)dx\pm\int g(x)dx$

3/ Nguyên hàm của những hàm số thường gặp *:* $(m,n\in\mathbb{R};m\neq 0)$

$\int dx=x+C$	$\int kdx=kx+C$
$\int x^{\alpha}=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}(\alpha\neq -1)$	$\int(mx+n)^{\alpha}dx=\frac{1}{m}\frac{(mx+n)^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C(\alpha\neq -1)$
$\int\frac{dx}{x}=\ln\lvert x\rvert+C$	$\int\frac{dx}{mx+n}=\frac{1}{m}\ln\lvert mx+n\rvert+C$
$\int e^{x}dx=e^{x}+C$	$\int e^{mx+n}dx=\frac{1}{m}e^{mx+n}+C$
$\int a^{x}dx=\frac{a^{x}}{\ln a}+C$	$\int a^{mx+n}dx=\frac{1}{m}\frac{a^{mx+n}}{\ln a}+C$
$\int\sin xdx=-\cos x+C$	$\int\sin(mx+n)dx=-\frac{1}{m}\cos(mx+n)+C$

$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \cos(mx+n)dx = \frac{1}{m}\sin(mx+n) + C$
$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2(mx+n)} = \frac{1}{m}\tan(mx+n) + C$
$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2(mx+n)} = -\frac{1}{m}\cot(mx+n) + C$

4/Tìm nguyên hàm bằng định nghĩa :

Muốn tìm nguyên hàm của một hàm số bằng định nghĩa, ta phải biến đổi hàm số này thành tổng hoặc hiệu của những hàm số đơn giản đã biết hoặc có thể tìm được nguyên hàm.

5/Tìm nguyên hàm bằng phương pháp đổi biến số :

Định lý :

Nếu $\int f(u)du = F(u) + C$ và $u = u(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục thì :

$$\int f[u(x)]u'(x)dx = F[u(x)] + C.$$

Các dạng nguyên hàm tính bằng phương pháp đổi biến số thường gặp :

Dạng nguyên hàm cần tìm	**Cách đặt biến số**
$\int f(\sin x)\cos x dx$	$t = \sin x \cup t = m\sin x + n$
$\int f(\cos x)\sin x dx$	$t = \cos x \cup t = m\cos x + n$
$\int f(\ln x)\frac{1}{x}dx$	$t = \ln x \cup t = m\ln x + n$
$\int f(\tan x)\frac{1}{\cos^2 x}dx$	$t = \tan x \cup t = m\tan x + n$
$\int f(\cot x)\frac{1}{\sin^2 x}dx$	$t = \cot x \cup t = m\cot x + n$

$\int f\left(x^{k}\right)x^{k-1}dx$	$t=x^{k}\cup t=mx^{k}+m$
$\int f\left(e^{x}\right)e^{x}dx$	$t=e^{x}\cup t=me^{x}+n$

Chú ý : Nếu hàm số dưới dấu nguyên hàm có chứa dấu căn $\left(\sqrt[n]{\ }\right)$ thì thường ta

đặt : $t=\sqrt[n]{\ }$

6/ Tìm nguyên hàm bằng phương pháp từng phần.

Định lý :

$$\int udv = uv-\int vdu$$

Các dạng nguyên hàm tính bằng phương pháp từng phần thường gặp :

D□ng 1 :

$$\int p(x)q(x)dx$$

(trong đó $p(x)$ là hs đa thức; $q(x)$ là hàm số $\sin\alpha(x)$ hoặc $\cos\alpha(x)$ hoặc $e^{\alpha(x)}$)

Trong trường hợp này ta đặt : $\begin{cases} u=p(x) \\ dv=q(x)dx \end{cases}$

Dạng 2 :

$$\int p(x)q(x)dx$$

(trong đó $p(x)$ là hs đa thức; $q(x)$ là hàm số logarit)Trong trường hợp này ta đặt : $\begin{cases} u=q(x) \\ dv=p(x)dx \end{cases}$

Bài tập :

Bài 1 : Chứng minh rằng hàm số $F(x)=e^x(x^2+1)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x(x+1)^2$.

Bài 2 : Chứng minh rằng hàm số $F(x)=x\ln x-x+3$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\ln x$.

Bài 3 : Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x(2-3\tan x)$.

Bài 4 : Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{1+2x^2}{x}$ thỏa mãn điều kiện $F(-1)=3$.

Bài 5 :Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\cos x-3\sin x$ thỏa mãn điều kiện $F(\pi)=0$.

Bài 6 : Tính :

$$\int x\left(x+\frac{2}{x}\right)^2dx;\quad \int(3+2\sin x)\cos xdx;\ \int e^{2x}\left(3-\frac{1}{e^x}\right)dx;\ \int\frac{\cos^2x-\sin 2x}{\cos x}dx$$

Bài 7 : Tính :

$$\int\cos x\sin^3xdx;\qquad \int\frac{\cos xdx}{3\sin x+5};\qquad \int\frac{\sin xdx}{\cos^3x};\qquad \int e^{3\sin x}\cos xdx;$$

$$\int\frac{\sqrt{2\tan x+1}}{\cos^2x}dx;\qquad \int\frac{(\cot x+1)^4}{\sin^2x}dx;\qquad \int\frac{e^xdx}{e^x+3};\qquad \int\frac{dx}{x\ln x};\qquad \int\frac{\ln^4x}{x}dx;$$

$$\int\frac{(\ln x+2)^3}{x}dx;\quad \int\sqrt{2x+1}dx\qquad \int\frac{x^2dx}{2x^3+1};\qquad \int\sqrt{x^2+1}xdx;\qquad \int\frac{xdx}{\sqrt{x^2+3}}.$$

Bài 8 : Tính :

$$\int 2x\cos xdx;\qquad \int(x+3)e^xdx;\qquad \int(4x+1)\sin xdx;\qquad \int 3x^2\ln xdx;$$

$$\int(3x^2+2x)\ln xdx;\qquad \int\ln(x+1)dx;\qquad \int(1+e^x)xdx;$$

B. TÍCH PHÂN

II. Tích phân :

1/ Định nghĩa :

$$\int_a^b f(x)dx=\left[F(x)\right]\Big|_a^b=F(b)-F(a)$$

2/ Tính chất :

Tính chất 1 : $\displaystyle\int_a^b f(x)dx=-\int_b^a f(x)dx$.

Tính chất 2 : $\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx \quad (k \neq 0)$.

Tính chất 3 : $\int_a^b [f(x) \pm g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$.

Tính chất 4 : $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$

Chú ý : Muốn tính tích phân bằng định nghĩa ta phải biến đổi hàm số dưới dấu tích phân thành tổng hoặc hiệu của những hàm số đã biết hoặc có thể tìm được nguyên hàm.

3/ Tính tích phân bằng phương pháp đổi biến số.

Công thức tổng quát :

$$\int_\alpha^\beta f[u(x)]u'(x)dx = \int_a^b f(t)dt$$

Các dạng tích phân tính bằng phương pháp đổi biến số thường gặp :

Tương tự như trong phần nguyên hàm.

4/ Tính tích phân bằng phương pháp từng phần.

Công thức tổng quát :

$$\int_a^b udv = (uv)\Big|_a^b - \int_a^b vdu$$

Các dạng tích phân tính bằng phương pháp từng phần thường gặp :

Tương tự như trong phần nguyên hàm.

Bài tập :

Bài 1 : Tính các tích phân sau :

$\int_{-\pi}^{0} (\cos 2x - 3\sin x)dx$; $\int_{-1}^{0} \left(e^{2x} - \frac{1}{e^x}\right)$; $\int_0^1 x(2-x)^2 dx$; $\int_1^2 \frac{(1-2x)^2}{x}dx$.

Bài 2 : Tính các tích phân sau :

$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos xdx}{2\sin x + 1}$; $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{6\cos x + 1}\sin xdx$; $\int_1^e \frac{dx}{x(\ln x + 1)^2}$; $\int_1^e \frac{\ln^4 xdx}{x}$;

$\int_0^1 \sqrt{3x+1}dx$; $\int_0^{\sqrt{19}} \frac{xdx}{\sqrt[3]{x^2+8}}$; $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{e^{\tan x}dx}{\cos^2 x}$; $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(2\sin^4 x+1\right)\cos xdx$;

$\int_0^{\pi} \left(1-\cos^3 x\right)\sin xdx$; $\int_1^{e} \frac{1+\ln^2 x}{x}dx$.

Bài 3 : Tính các tích phân sau đây :

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(4\sin^3 x\cos x+1\right)dx$; $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\sin x}{1+\cos x}-2x\right)dx$; $\int_0^{2} \left(x-\sqrt{4x+1}\right)dx$; $\int_1^{e} \left(\frac{\sqrt{3\ln x+1}}{x}-1\right)dx$

Bài 4 : Tính các tích phân sau đây :

$\int_0^{2} \left(\sqrt{2x^2+1}-3x\right)xdx$; $\int_1^{e} \frac{x+\ln^3 x}{x}dx$; $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(4\sin^2 x\cos x+1\right)\sin xdx$; $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{2\cos^4 x+\sin x}{\cos^3 x}dx$

Bài 5 : Tính các tích phân sau đây :

$\int_0^{5} \sqrt{x+4}xdx$; $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x\cos xdx}{1+\cos x}$; $\int_1^{e} \frac{\ln xdx}{(\ln x+3)x}$; $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x\cos xdx}{\sqrt{3\sin x+1}}$; $\int_0^{2\sqrt{2}} \frac{x^3dx}{\sqrt{x^2+1}}$

Bài 6 : Tính các tích phân sau :

$\int_0^{\pi} 2x\sin xdx$; $\int_{-\pi}^{0} (1-x)\cos xdx$; $\int_0^{1} (4x+1)e^x dx$; $\int_1^{e} x^3\ln xdx$; $\int_1^{2} (2x+1)\ln xdx$ $\int_1^{2} \left(3x^2-2x\right)\ln xdx$

Bài 7 : Tính các tích phân sau :

$\int_{-1}^{0} \left(1-e^x\right)xdx$; $\int_1^{e} (1+\ln x)dx$; $\int_0^{\pi} (2+\cos x)xdx$; $\int_0^{\pi} (\sin x-2x)xdx$;

$\int_0^{\pi} (\sin x+\cos x)xdx$; $\int_0^{\pi} \left(e^x-\sin x\right)xdx$

Bài 8 : Tính các tích phân sau :

$\int_1^{e} (1+x\ln x)dx$; $\int_0^{1} \left(xe^x+3\right)dx$; $\int_0^{\pi} (x\cos x-2)dx$; $\int_0^{\pi} (x\sin x-\cos x)dx$.

Bài 9 : Tính các tích phân sau :

$\int_1^{e} \frac{x^2\ln x+1}{x}dx$; $\int_1^{e} x(x\ln x+2)dx$; $\int_0^{1} e^x\left(x+\frac{2}{e^x}\right)dx$; $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x(x-\tan x)dx$

C. ỨNG DỤNG CỦA TÍCH PHÂN

III. Diện tích hình phẳng:

Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi : $(C_1): y = f(x); (C_2): y = g(x); x = a; x = b\ (a < b)$

(trong đó hai đường thẳng $x = a; x = b$ có thể thiếu một hoặc cả hai)

1/ Công thức :

$$\int_a^b \left| f(x) - g(x) \right| dx$$

2/ Các bước thực hiện :

Bước 1 : Giải phương trình hoành độ giao điểm của $(C_1) \& (C_2)$ để tìm các nghiệm thuộc $(a;b)$. Giả sử được các nghiệm là : $x_1, x_2, \ldots, x_n$ và $a < x_1 < x_2 < \cdots < x_n < b$.

Bước 2 : Áp dụng công thức :

$$S = \int_a^b \left| f(x) - g(x) \right| dx = \int_a^{x_1} \left| f(x) - g(x) \right| dx + \cdots + \int_{x_n}^b \left| f(x) - g(x) \right| dx$$

$$= \left| \int_a^{x_1} \left[f(x) - g(x) \right] dx \right| + \cdots + \left| \int_{x_n}^b \left[f(x) - g(x) \right] dx \right|$$

Chú ý :

Nếu đề bài không cho a và b thì nghiệm nhỏ nhất và nghiệm lớn nhất của phương trình $f(x) = g(x)$ tương ứng là a và b.

Nếu đề bài đã cho đủ cả a và b thì khi giải phương trình $f(x) = g(x)$ ta chỉ nhận những nghiệm thuộc $(a;b)$ (nếu có). Những nghiệm không thuộc đoạn $[a;b]$ phải loại bỏ.

Nếu đề bài cho 3 đồ thị hàm số : $y = f(x);\quad y = g(x);\quad y = h(x)$ cần vẽ đồ thị và phân tích diện tích hình cần tìm thành tổng hoặc hiệu của các hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị đã biết.

(chú ý có thể xem x là hàm số với biến y để tính diện tích)

IV. Thể tích của khối tròn xoay.

1/ Công thức :

Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi : $(C): y = f(x); Ox; x = a; x = b\ (a < b)$ (trong đó hai đường $x = a\ \&\ x = b$ có thể thiếu một hoặc cả hai). Quay hình phẳng này xung quanh trục Ox. Khi đó thể tích của khối tròn xoay được sinh ra là :

$$V = \pi\int_a^b \left[f(x)\right]^2 dx$$

2/ Các bước thực hiện :

Bước 1 : Nếu hai đường $x = a\ \&\ x = b$ đề bài cho thiếu một hoặc cả hai thì giải phương trình $f(x) = 0$ (phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục Ox) để tìm.

Bước 2 : Áp dụng công thức.

Chú ý :

Nếu đề bài đã cho đầy đủ cả a và b thì không cần giải phương trình $f(x) = 0$.

Nếu để bài không cho a và b thì giải phương trình $f(x) = 0$ để tìm. Phương trình này có thể có nhiều hơn hai nghiệm. Trong trường hợp này nghiệm nhỏ nhất là a, nghiệm lớn nhất là b, các nghiệm còn lại không cần chèn vào trong quá trình tính tích phân.

Bài tập :

Bài 1. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi : $(C): y = e^x; Ox; Oy; x = 2$.

Bài 2. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi : $(C): y = x^3 - 3x + 1\ \&\ (d): y = 2$.

Bài 3. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi : $(C): y = x^4 - x^2\ \&\ Ox$.

Bài 4. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi : $(C): y = e^x; (d): y = e; Oy.$

Bài 5. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi : $(C): y = e^x - 1; Ox, x = 2$.

Bài 6. Cho đường cong $(C): y = x^3 - x$. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành.

Bài 7. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi : $(C): y = e^x - e^{-x}; Ox; x = 1$.

Bài 8. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi : $(C): y = \ln x; Ox; x = e$.

Bài 9. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi : $(C): y = \ln x; (d): y = 1; x = 1$.

Bài 10. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi : $(C): y = x\sqrt{x}; Ox; x = 4$.

Bài 11. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường sau : $(C): y = 1 - e^x; Ox; x = 1$. Tính thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox.

Bài 12. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường sau : $(C): y = e^{-x}; Ox; x = -1; Oy$. Tính thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox.

Bài 13. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường sau : $(C): y = 1 - \frac{1}{x}; Ox; x = 2$. Tính thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox.

Bài 14. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường sau : $(C): y = e^x - e^{-x}; Ox; x = 1$. Tính thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox.

Bài 15. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường sau : $(C): y = \frac{2}{3x+4}; Ox; Oy; x = 1$. Tính thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox.

CHƯƠNG IV: SỐ PHỨC

I. TÓM TẮT KIẾN THỨC :

1. Số phức.

- Số phức z = a + bi, trong đó a, b∈R, a là phần thực, b là phần ảo, i là đơn vị ảo, $i^2 = -1$.
- Số phức bằng nhau: a + bi = c + di ⇔ $\begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$.
- Modul của số phức: $|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$.
- Số phức liên hợp của z =a + bi là $\bar{z} = \overline{a + bi} = a - bi$

2. Cộng, trừ và nhân số phức.

- $(a + bi) \pm (c + di) = (a \pm c) + (b \pm d)i$
- $(a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$

3. Chia số phức

- $\dfrac{a + bi}{c + di} = \dfrac{(a + bi)(c - di)}{c^2 + d^2}$

4. Phương trình bậc hai với hệ số thực

- Căn bậc hai của số thực a < 0 là $\pm i\sqrt{|a|}$.
- Xét phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ và biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac$
  - $\Delta = 0$ thì phương trình có nghiệm (kép) $x = -\dfrac{b}{2a}$
  - $\Delta > 0$ thì phương trình có 2 nghiệm thực $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
  - $\Delta < 0$ thì phương trình có 2 nghiệm phức $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$

II. CÁC DẠNG TOÁN ĐIỂN HÌNH:

Dang 1: Tính biểu thức số phức

Dạng 2: Giải phương trình bậc nhất với hệ số thực

Dạng 3: Giải phương trình bậc hai với hệ số thực

Dang 4: Tìm số phức biết S, P

Dạng 5: Tìm tập hợp điểm thỏa điều kiện cho trước.

III. BÀI TẬP ÁP DỤNG:

Bài 1: Tính :

a) (4 – i) + (2 + 3i) – (5 + i) Đs : 1+1i

b) $(1 + i)^2 – (1 – i)^2$ Đs : 4i

c) $(2 + i)^3 – (3 – i)^3$ Đs : -16+37i

d) (2–3i) (6 + 4i) Đs : 24-10i

e) $\dfrac{3}{1+2i}$ Đs : $\dfrac{3}{5}-\dfrac{6}{5}i$

f) $\dfrac{1+i}{1-i}$ Đs : i

g) $\dfrac{3+i}{(1-2i)(1+i)}$ Đs : -2 + i

k) $\dfrac{(1+2i)^2-(1-i)^2}{(3+2i)^2-(2+i)^2}$ Đs : $\dfrac{21}{34}+\dfrac{9}{17}i$

h) $\left(1+\sqrt{3}i\right)^2+\left(1-\sqrt{3}i\right)^2$ Đs : - 4

l) $\dfrac{\sqrt{3}-i}{1+i}-\dfrac{\sqrt{2}-i}{i}$ Đs : $\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}+\dfrac{2\sqrt{2}-1-\sqrt{3}}{2}$i

Bài 2: Tìm phần thực, phần ảo và tính môđun của số phức z.

a) $z=2+3i+(1-2i)^2$. Đs: phần thực: -1 ; phần ảo: -1 ; môđun: $\sqrt{2}$

b) $z=2+3i+(4-2i)(1-3i)$ Đs: phần thực: 0 ; phần ảo: -11 ; môđun: 11

c) $z=1+2i+\dfrac{i}{3+i}$ Đs: phần thực: 11/10 ; phần ảo: 23/10 ; môđun: $\dfrac{\sqrt{26}}{2}$

Bài 3: Giải các phương trình sau trên tập hợp số phức:

a) $\dfrac{2+i}{1-i}z=\dfrac{-1+3i}{2+i}$ Đs : $\dfrac{22}{25}+\dfrac{4}{25}i$

b) $\left(5-7i\right)+\sqrt{3}z=\left(2-5i\right)\left(1+3i\right)$ Đs : $\frac{12}{\sqrt{3}}+\frac{8}{\sqrt{3}}i$

c) $5-2iz=\left(3+4i\right)\left(1-3i\right)$ Đs : $\frac{5}{2}+5i$

d) $(3+4i)z=(1+2i)(4+i)$ Đs : $\frac{42}{25}+\frac{19}{25}i$

e) $(1+i)z+(2-i)(1+3i)=2+3i$ Đs : $-\frac{5}{2}+\frac{1}{2}i$

f) $2iz+(4-3i)=5-6i$ Đs : $-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i$

g) $(4+i)z-(3+3i)=(4-2i)z$ Đs : $1-i$

<u>Bài 4:</u> Giải các phương trình sau trên tập hợp số phức:

a/ $z^2-2z+5=0$ Đs $1\pm 2i$

b/ $3z^2-z+2=0$ Đs : $\frac{1\pm i\sqrt{23}}{6}$

c) $z^2-\sqrt{3}z+1=0$ Đs : $\frac{\sqrt{3}}{2}\pm\frac{1}{2}i$

d) $x^2-3x+5=0$ Đs : $\frac{3\pm i\sqrt{11}}{2}$

e) $z^3-8=0$ Đs: $2;-1\pm i\sqrt{3}$

f) $x^3+1=0$ Đs: $-1;\frac{1\pm i\sqrt{3}}{2}$

e) $z^4-2z^2-8=0$ Đs: $\pm 2;\pm i\sqrt{2}$

f) $z^4+2z^2-3=0$ Đs: $\pm 1;\pm i\sqrt{3}$

g) $x^4+6x^2-16=0$ Đs: $\pm\sqrt{2};\pm 2\sqrt{2}i$

Bài 5: Tìm số phức z, biết $|z| = 2\sqrt{5}$ và phần ảo của z bằng hai lần phần thực của nó.

Đs: z = 2 + 4i; z = -2 - 4i

Bài 6: Tìm hai số phức, biết:

a)Tổng của chúng bằng 3 và tích của chúng bằng 4 Đs :$z_1 = \frac{3+i\sqrt{7}}{2}, z_2 = \frac{3-i\sqrt{7}}{2}$

b) Tổng của chúng bằng 6 và tích của chúng bằng 16 Đs :$z_1 = 3+i\sqrt{7}, z_2 = 3-i\sqrt{7}$

Bài 7: Tìm hai số thực x, y biết:

a) (3x-2) + (2y + 1)i = (x + 1) – (y – 5)i Đs: $x = \frac{3}{2}; y = \frac{4}{3}$
b) (2x+y) + (2y – x)i = (x – 2y + 3) + (y +2x + 1)i Đs: $x = 0; y = 1$
c) x(1 + 2i) + y(2 – i) = 2x + y +2yi + ix Đs: $x = 0; y = 0$

Bài 8: Trong mp phức , hãy tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức thỏa mãn hệ thức sau:

a) $|z+i| = 2$. Đs : Tập hợp các điểm thỏa đk là đường tròn tâm O(0;1) và bk r = 2

b) $|z+i| = |z+2|$. Đs :Tập hợp các điểm thỏa đk là đường thẳng 2y- 4x-3 = 0

c) Phần thực của z bằng 2. Đs: Tập hợp các điểm thỏa đk là đường thẳng x - 2 = 0

PHẦN HÌNH HỌC

CHƯƠNG I : KHỐI ĐA DIỆN

I. LÍ THUYẾT CƠ BẢN:

1. Khối lập phương:

$\boxed{V = a^3}$, với a là cạnh của hình lập phương.

Chú ý: Đường chéo hình lập phương cạnh a có độ dài bằng $a\sqrt{3}$.

2. Khối hộp chữ nhật:

$\boxed{V = abc}$, với a,b,c là ba kích thước hình hộp chữ nhật.

Chú ý: Đường chéo hình hộp chữ nhật cạnh a,b,c có độ dài bằng d = $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

3. Khối lăng trụ:

$\boxed{V = B.h}$, với B là diện tích đáy và h là chiều cao của lăng trụ.

S_{xq}= Tổng diện tích các mặt bên. ; S_{tp}= S_{xq}+ 2 $S_{đáy}$

4. Khối chóp:

$\boxed{V = \frac{1}{3}B.h}$, với B là diện tích đáy và h là chiều cao của hình chóp.

S_{xq}= Tổng diện tích các mặt bên. ; S_{tp}= S_{xq}+ $S_{đáy}$

5. CHÚ Ý:

5.1) Tỉ số thể tích khối chóp tam giác:

Cho hình chóp S.ABC.Gọi A’, B’, C’ lần lượt là các điểm trên các cạnh SA, SB,SC và khác với S .

Khi đó: $\boxed{\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}}$

5.2) Nhận biết chiều cao một số khối đa diện thường gặp:

a) Khối lăng trụ đứng hoặc khối lăng trụ đều : **chiều cao bằng cạnh bên**

b) Chiều cao **h** của khối chóp **là khoảng cách từ đỉnh đến mặt đáy.**

+ Khối chóp đều: → **h** là đoạn thẳng nối đỉnh với tâm mặt đáy.

+ Khối chóp có một cạnh bên vuông góc mặt đáy→ **h** là cạnh bên đó.

+ Khối chóp có một mặt bên vuông góc mặt đáy →**h** là chiều cao của mặt bên đó (chiều cao kẻ từ đỉnh khối chóp)

+ Khối chóp có hai mặt bên kề nhau cùng vuông góc mặt đáy →**h** là cạnh bên chung của hai mặt đó

6. BỔ SUNG CÁC KIẾN THỨC

6.1) Điều kiện để đường thẳng d vuông góc với mp(α)

6.2) Điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc

6.3) Góc φ giữa đường thẳng d và mp(α)

6.4) Góc giữa 2 mặt phẳng(α) và(β)

6.5) Các công thức tính diện tích tam giác thường sử dụng

II. BÀI TẬP ÁP DỤNG:

KHỐI CHÓP

Bài 1: Cho khối chóp tam giác đều S.ABC có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 30^0.

Tính thể tích khối chóp S.ABC. ĐS: $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{36}$

Bài 2: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy.

Tính thể tích của khối chóp S.ABCD. ĐS: $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Bài 3: Cho khối chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $SA \perp (ABC)$, $SA = 2a$, $\widehat{ACB} = 30^0$, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng a. Tính thể tích khối chóp S.ABC.

HD: $V_{S.ABC} = V_{A.SBC} \Rightarrow AB = \dfrac{1}{2}SB$ ĐS: $V=\dfrac{4a^3}{3\sqrt{3}}$

Bài 4: Cho khối chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$, góc giữa SC với mặt phẳng đáy bằng 45^0.

a)Tính thể tích của khối chóp S.ABCD. ĐS: $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

b) Gọi M, N lần lượt là trung điểm SC, SD. Tính thể tích khối chóp S.ABMN. ĐS: $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}$

<u>Bài 5:</u> Một hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a và thể tích bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. Tính độ dài cạnh bên của hình chóp. ĐS: $SA = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

<u>Bài 6:</u> Một hình chóp tứ giác đều S.ABCD có chiều cao bằng $\frac{3a}{2}$ và thể tích bằng a^3. Tính cạnh đáy của hình chóp. ĐS: $AB = a\sqrt{2}$

<u>Bài 7:</u> Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có thể tích bằng $3a^3/8$, các mặt bên tạo với đáy (ABC) một góc 60^0.Tính độ dài cạnh đáy AB. ĐS: $AB = a\sqrt{3}$

<u>BÀI 8:</u>Khối chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật ABCD, $SA \perp (ABCD)$,SA = a, $BC = a\sqrt{2}$, góc tạo bởi cạnh bên SC và mặt phẳng đáy bằng 30^0 .

1)Chứng minh các mặt bên khối chóp S.ABCD là các tam giác vuông.

2)Tính thể tích khối chóp S.ABCD theo a. ĐS: $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

<u>BÀI 9:</u>Cho khối chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại B, cạnh bên $SA \perp (ABC)$, AB = a ,

$BC = a\sqrt{3}$, SA = 3a . Gọi I là trung điểm SC.

1)Tính thể tích khối chóp S.ABC theo a. ĐS: $\frac{1}{2}$

2)Tính độ dài đoạn thẳng BI theo a. ĐS: $d = \frac{3a\sqrt{10}}{10}$

KHỐI LĂNG TRỤ

Bài 1: Hình lăng trụ đứng ABC.A’B’C’ có đáy ABC là một tam giác vuông tại A,AC = a $\hat{C}=60^0$. Đường chéo BC’ của mặt bên BB’C’C tạo với mp(AA’C’C) một góc 30^0.

a) Tính độ dài đoạn AC’. ĐS: AC’ = 3a

b) Tính thể tích của khối lăng trụ. ĐS: $V = a^3\sqrt{6}$

Bài 2: Cho khối lăng trụ tam giác đều ABC.A’B’C’ có cạnh bên bằng 2a và cạnh đáy bằng a.

a) Tính thể tích khối lăng trụ ABC.A’B’C’ . ĐS: $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$

b) Gọi M,N lần lượt là trung điểm của hai cạnh BB’ và CC’.Tính thể tích khối chóp A.MNCB.

ĐS: $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Bài 3: Cho hình lăng trụ đứng tam giác ABC.A'B'C' có tất cả các cạnh đều bằng a

a) Tính thể tích của khối lăng trụ ĐS: $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$

b) Tính thể tích khối tứ diện A'BB'C ĐS: $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Bài 4: Cho lăng trụ tam giác ABC.A'B'C' có đáy ABC là một tam giác đều cạnh a và điểm A' cách đều các điểm A, B, C. Cạnh bên AA' tạo với mp đáy một góc 60^0. Tính thể tích của khối lăng trụ.

ĐS: $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Bài 5:Một khối lăng trụ ABC.A’B’C’ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên BB’ = a, chân đường vuông góc hạ từ B’ xuống đáy ABC trùng với trung điểm I của cạnh AC.

a) Tính góc giữa cạnh bên và mặt đáy. ĐS: $\varphi = 30^0$

b) Tính thể tích của khối lăng trụ. ĐS: $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$

c) Chứng minh mặt bên AA’C’C là hình chữ nhật.

CHƯƠNG II : KHỐI TRÒN XOAY

I. LÍ THUYẾT CƠ BẢN:

1. Khối nón:

$\boxed{S_{xq} = \pi rl}$, với r là bán kính đáy và ***l*** là độ dài đường sinh.

$\boxed{S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy}}$, với $S_{đáy} = \pi r^2$

$\boxed{V = \frac{1}{3}\pi r^2 h}$, với h là chiều cao.

2. Khối trụ:

$\boxed{S_{xq} = 2\pi rl}$, với r là bán kính đáy và ***l*** là độ dài đường sinh.

$\boxed{S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy}}$, với $S_{đáy} = \pi r^2$

$\boxed{V = \pi r^2 h}$, với h là chiều cao.

→ **Chú ý**: $h = l$.

3. Khối cầu:

$\boxed{S = 4\pi r^2}$, với r là bán kính.

$\boxed{V = \frac{4}{3}\pi r^3}$, với r là bán kính.

4. Nhận biết hình dạng một số thiết diện thường gặp:

+ Thiết diện của hình nón tạo bởi mặt phẳng chứa trục là tam giác cân.

+ Thiết diện của hình trụ tạo bởi mặt phẳng song song hoặc chứa trục là hình chữ nhật.

+ Thiết diện của hình nón hoặc hình trụ tạo bởi mặt phẳng vuông góc với trục là hình tròn **.**

+Thiết diện của hình cầu S(I;r) tạo bởi mặt phẳng (P) là hình tròn (C) có :

***** tâm H là hình chiếu vuông góc của I lên (P)

* bán kính là $r' = \sqrt{r^2 - h^2}$, (với h là khoảng cách từ I đến mp(P))

4. Các dạng bài tập cơ bản:

+Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, thể tích của khối nón, khối trụ, khối cầu.

\+ Xác định và tính diện tích thiết diện

\+ Xác định tâm và tính bán kính ngoại tiếp khối chóp **(Một số trường hợp đơn giản)**

II. BÀI TẬP ÁP DỤNG:

MẶT NÓN

Bài 1: Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh 2a.

a)Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón

b)Tính thể tích của khối nón

ĐS: a) $S_{xq} = 2\pi a^2$; $S_{tp} = 3\pi a^2$; b) $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$

Bài 2: Một hình nón có đường sinh bằng **a** và thiết diện qua trục là tam giác vuông.

a)Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón

b)Tính thể tích của khối nón

ĐS: a) $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2}{\sqrt{2}}$; $S_{tp} = \pi a^2(\sqrt{2}+1)$; b) $V = \dfrac{\pi a^3}{12}$

Bài 3:Một hình nón có đường cao bằng a,thiết diện qua trục có góc ở đỉnh bằng 120^0.

a)Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón

b)Tính thể tích của khối nón

ĐS: a) $S_{xq} = 2\pi a^2\sqrt{3}$; $S_{tp} = \pi a^2(2\sqrt{3}+3)$; b) $V = \pi a^3$

Bài 4: Cho hình nón đỉnh S có chiều cao bằng a. Thiết diện qua đỉnh của hình nón hợp với đáy một góc 30^0 có diện tích bằng $4a^2$. Tính diện tích xung quanh và thể tích của khối nón đó.

ĐS: $S_{xq} = \pi a^2\sqrt{56}$, $V = \dfrac{7\pi a^3}{3}$

Bài 5: Cắt hình nón đỉnh S bởi mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$

a)Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón

b)Tính thể tích của khối nón

c)Cho dây cung BC của đường tròn đáy hình nón sao cho mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng chứa đáy hình nón một góc 60^0. Tính diện tích tam giác SBC

HD: a) Thiết diện qua trục là tam giác SAB vuông cân tại S nên $\hat{A} = \hat{B} = 45^0$

$$S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2} \quad ; \quad S_{tp} = \frac{(\sqrt{2}+1)\pi a^2}{2}$$

b) $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$; c) $S_{SBC} = \dfrac{a^2\sqrt{2}}{3}$

MẶT TRỤ

Bài 1: Một hình trụ có bán kính đáy bằng R và thiết diện qua trục là một hình vuông.

a)Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ

b)Tính thể tích của khối trụ

ĐS: a) $S_{xq} = 4\pi r^2$; $S_{tp} = 5\pi R^2$; b) $V = 2\pi R^3$

Bài 2: Cho một hình trụ có hai đáy là hai đường tròn tâm O và O', bán kính R, chiều cao hình trụ là $R\sqrt{2}$.

a)Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ

b)Tính thể tích của khối trụ

ĐS: a) $S_{xq} = 2\sqrt{2}\,\pi R^2$; $S_{tp} = 2(\sqrt{2}+1)\pi R^2$; b) $V = \pi R^3\sqrt{2}$

Bài 3: Một hình trụ có bán kính đáy r = 5cm và khoảng cách giữa hai đáy bằng 7cm.

a)Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ

b)Tính thể tích của khối trụ

c)Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trụ 3cm. Hãy tính diện tích của thiết diện được tạo nên

ĐS: a) $S_{xq} = 270\pi(cm^2)$; $S_{tp} = 120\pi(cm^2)$

b) $V = 175\pi(cm^3)$; c) $S_{td} = 56\ (cm^2)$ (thiết diện là hình chữ nhật)

Bài 4: Một hình trụ có bán kính r và chiều cao $h = r\sqrt{3}$

a)Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ

b)Tính thể tích của khối trụ tạo nên bởi hình trụ đã cho

c)Cho hai điểm A và B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho góc giữa đường thẳng AB và trục của hình trụ bằng 30^0. Tính khoảng cách giữa đường thẳng AB và trục của hình trụ

ĐS: a) $S_{xq} = 2\sqrt{3}\,\pi r^2$; $S_{tp} = 2(\sqrt{3}+1)\,\pi r^2$; b) $V = \pi r^3\sqrt{3}$

c) Kẻ $OH \perp AB \Rightarrow OH$ là khoảng cách giữa đường thẳng AB và trục

OO' của hình trụ $\rightarrow OH = \dfrac{r\sqrt{3}}{2}$

MẶT CẦU

Bài 1: Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh bằng a. SA = 2a và vuông góc với mp(ABCD).

a) Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu đi qua 5 điểm A, B, C, D, S

b) Tính diện tích của mặt cầu và thể tích khối cầu tương ứng.

HD: a) Gọi O là trung điểm SC

Chứng minh: $OA = OB = OC = OD = OS = \dfrac{SC}{2} \rightarrow$ mặt cầu $S(O; \dfrac{SC}{2})$; $r = \dfrac{SC}{2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$

b) $S = 4\pi\left(\dfrac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 = 6\pi a^2$; $V = \pi a^3\sqrt{6}$

Bài 2: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $SA \perp (ABC)$, $SA = AB = 3a$, $BC = 4a$. Xác định tâm và bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC.

ĐS: $r = \dfrac{a\sqrt{34}}{2}$

Bài 3: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $SA = AB = a$, $BC = 2a$.

Xác định tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD.

ĐS: $r = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

Bài 4: Cho tứ diện ABCD có $DA \perp (ABC)$, DA = 5a , ΔABC vuông tại B và AB =3a , BC= 4a.

a) Chứng minh 4 điểm A, B, C, D cùng nằm trên một mặt cầu.Xác định tâm và bán kính mặt cầu đó.

b) Tính diện tích mặt cầu và thể tích của khối cầu nêu trên.

HD:a) Gọi O là trung điểm của CD→Chứng minh:OA = OB = OC = OD = $\frac{1}{2}$CD

→ A, B, C, D thuộc mặt cầu S(O; $\frac{CD}{2}$) ; Bán kính $r = \frac{CD}{2} = \frac{1}{2}\frac{5a\sqrt{2}}{2}$

b) $S = 50\pi a^2$; $V = \frac{125\sqrt{2}\pi a^3}{3}$

CHƯƠNG III: PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

I. HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN :

1. Tọa độ 1 điểm , tọa độ 1 vectơ:

A. Tóm tắt lý thuyết :

a) $\vec{u} = (x;y;z) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

$\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = \vec{k}^2 = 1$ $\vec{i}.\vec{j} = \vec{j}.\vec{k} = \vec{k}.\vec{i} = 0$

$\vec{i} = (1;0;0)$, $\vec{j} = (0;1;0)$, $\vec{k} = (0;0;1)$

$M(x;y;z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

b) Cho $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$

$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1, a_2 \pm b_2, a_3 \pm b_3)$

$k.\vec{a} = (ka_1, ka_2, ka_3)$

$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$$

$$\vec{a} // \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$$

c) Cho $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$

$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

+ Tọa độ M là trung điểm đoạn thẳng AB: $M(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2})$

+ Tọa độ G là trọng tâm tam giác ABC: $G(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3})$

d) $\vec{a}\vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$

$$\left|\vec{a}\right| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a}\vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0$$

$$\cos(\vec{a};\vec{b}) = \frac{\vec{a}\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|}$$

e) $\left[\vec{a};\vec{b}\right] = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}\right)$

2..Dien tích tam giac: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]\right|$

3.Ñieu kien 3 vectô ñong phang: $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ **ñong phang** $\Leftrightarrow \left[\vec{a}, \vec{b}\right].\vec{c} = 0$

4 . A B C D tứ diện $\Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD} \neq 0$ **.The tích tö dien:** $V_{ABCD} = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|$

5. Thể tích khối hộp $V_{ABCD.A'B'C'D'} = \left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right].\overrightarrow{AA'}\right|$

B . Bài tập

Bài 1.

Viết tọa độ của các vectơ say đây: $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{K}$; $\vec{b} = 7\vec{i} - 8\vec{k}$; $\vec{c} = -9\vec{k}$;

Bài 2.

Cho ba vectơ $\vec{a}$ = (2; -1 ; 0), $\vec{b}$ = (-1; -2; 2) , $\vec{c}$ = (-2 ; 1; 0).

a. Tìm tọa độ của vectơ : $\vec{v} = -2\vec{a} + 3\vec{b} - 5\vec{c}$ và $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{c}$

b. Chứng tỏ $\vec{a} \perp \vec{b}$ và $\vec{b} \perp \vec{c}$

ĐS: a. (3;-9;6) và (10;-5;0) b.

Bài 3. Cho 2 vectơ $\vec{a}$ = (1; 2; 3) Tìm tọa độ của vectơ $\vec{x}$, biết rằng:

a) $\vec{a}+\vec{x}=\vec{0}$ b) $\vec{a}+\vec{x}=4\vec{a}$

ĐS: a. (-1;-2;-3) b. (3;6;9)

Bài 4. Trong hệ Oxyz cho 3 điểm A(-1;-2;3) ,B(0;3;1) , C(4;2;2)

a. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

b. Tính côsin của góc $\widehat{BAC}$

HD : a. 27 b. $\cos\widehat{BAC}=\dfrac{9}{2\sqrt{35}}$

Bài 5.

Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D', A(1; 0; 1), B(2; 1; 2), D(1; -1; 1), C'(4; 5; -5).

Tìm tọa độ các đỉnh còn lại.

ĐS: C(2;0;2) , B'(4;6;-5) , A'(3;5;-6) , D'(3;4;-6)

Bài 6.

Cho bốn điểm $A(0;1;1),\ B(-1;0;2),\ C(-1;1;0);D(2;1;-2)$

a. CMR: ABCD là tứ diện .
b. Tính chu vi giác ABC
c. Tính diện tích tam giác ABC và độ dài đường cao của tam giác ABC kẻ từ A
d. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác ABCD là hình bình hành.
e. Tính góc $\widehat{CBD}$
f. Tính thể tích tứ diện ABCD và độ dài đường cao của tứ diện kẻ từ D

HD :

a. b. $cv=\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}$ c. $S=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$, $AH=\dfrac{2S}{BC}=\dfrac{\sqrt{30}}{5}$ e. $CosCBD=\dfrac{9}{\sqrt{130}}$ f. $V=\dfrac{5}{6}$ $DK=\dfrac{5}{\sqrt{6}}$

II PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

A. Tóm tắt lý thuyết :

a) Mặt cầu (S) tâm $I(a;b;c)$, bán kính R có phương trình:

$$(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$$

b) Dạng thứ hai: (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ (2)

Với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$, là phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

B. Bài tập : Lập phương trình mặt cầu cần xác định tâm và bán kính mặt cầu đó

Dạng : (S) : $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

Bài 1. Viết phương trình mặt cầu tâm $A(1;2;-3)$ và đi qua điểm $M(0;2;2)$.

HD: .Mặt cầu đi qua điểm $M(0;2;2)$ nên có bán kính $R = MA = \sqrt{26}$

.Phương trình mặt cầu tâm: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 26$

Bài 2 Viết phương trình mặt cầu đường kính AB biết $A(1;-2;-1)$ và $B(3;0;-3)$.

HD: . Mặt cầu đường kính AB có tâm là trung điểm I của đoạn AB.Tọa độ tâm $I(2;-1;-2)$

. Bán kính mặt cầu $R = IA = \sqrt{3}$

. Phương trình mặt cầu cần tìm: $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 3$

Dạng : • Dạng (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ (2) $(a^2 + b^2 + c^2 - d > 0)$

Bai 3 Lap phöông trình mat cau qua 4 ñiem khong ñong phang: A(6; 0; 0), B(0; −2; 0), C(0; 0; 3), O(0; 0; 0).

ĐS: • Dạng (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ (2) $(a^2 + b^2 + c^2 - d > 0)$

Thay tọa độ O,A,B,C vào giải hệ ta được d=0 , a=3 , b=1 , c= 3/2

Bai 4 Lap phöông trình mat cau qua 3 ñiem A(0; 8; 0), B(4; 6; 2), C(0; 12; 4)

và có tâm nằm trong mp(Oyz) ĐS: : $(S): x^2+y^2+z^2-14y-10z+48=0$

Iii : MẶT PHẲNG

A. Tóm tắt lý thuyết :

a) Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng: vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ gọi là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) nếu giá của $\vec{n}$ vuông góc với mặt phẳng (α)

b) Phương trình tổng quát của mặt phẳng: $Ax+By+Cz+D=0 \ (A^2+B^2+C^2>0)$

c) Mp (α) đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ = (A; B;C)

$\Rightarrow (\alpha): A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$

d) Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn: Mặt phẳng đi qua các điểm: $M(a;0;0)$, $N(0;b;0)$ và $P(0;0;c)$ có phương trình dạng: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

e) Vị trí tương đối của hai mặt phẳng:

Cho (α): Ax + By + Cz + D = 0 và

(α’):A’x + B’y + C’z + D = 0

- (α) cắt $(\beta) \Leftrightarrow A:B:C \neq A':B':C'$
- (α) // (α’) $\Leftrightarrow \frac{A}{A'}=\frac{B}{B'}=\frac{C}{C'}\neq\frac{D}{D'}$
- (α) ≡ (α’) $\Leftrightarrow \frac{A}{A'}=\frac{B}{B'}=\frac{C}{C'}=\frac{D}{D'}$

f) **Điều kiện vuông góc giữa 2 mp**: $(\alpha)\perp(\beta) \Leftrightarrow AA'+BB'+CC'=0$

g) Khoảng cách từ điểm $M_0(x_0,y_0,z_0)$ đến mặt phẳng $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$

$$d(M_0;(\alpha))=\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

B. Bài tập :

Viết phương trình mặt phẳng cần tìm 1 điểm thuộc mp và 1 vecto pháp tuyến của mp đó

Bài 1 Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho tam giác ABC với A(1;4;-1), B(2;4;3), C(2;2;-1). Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC.

ĐS: y+2z-2 = 0

Bài 2 Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho hai điểm A(1;-2; 3), B(-5;0;1), Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB

ĐS : 3x-y+z+3 = 0

Bài 3 Viết phương trình mặt phẳng đi qua M(2;3;-1) và song song với mp(P):x-5y+z = 0

ĐS : x-5y+z+14 = 0

Trường hợp $\vec{n}=[\vec{a},\vec{b}]$ trong đó $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vecto không cùng phương có giá song song hoặc nằm trên mặt phẳng

Bài 4 ; Trong kg *Oxyz*, cho *A* (0;1;1), *B*(1;–2;0) , C(1;0;2) . Viết phương trình mp(ABC)

ĐS : 2x+y-z = 0

Bài 5 : Trong kg *Oxyz*, cho *A*(–1;1;2), *B*(0;–1;3) và mp(α): $3x-2y+z+4=0$. Viết pt mp(β) qua *A, B* và vuông góc với mp(α).

ĐS: y+2z-5=0

Bài 6 : Trong *Oxyz*, cho *A*(2;3;0). Viết pt mp(α) qua *A*, song song *Oy* và vuông góc với

mp(β): $3x-y+4z+6=0$

ĐS: 4x-3z-8=0

Bài 7 : Trong *Oxyz*, cho *A*(1; -1;-2), *B*(3; 1; 1) và (α): x – 2y + 3z -5 = 0. Viết pt mặt phẳng (β) qua A, B và (β) ⊥(α).

ĐS: 4x-y-2z-9=0

Bài 8 : Viết phương trình mp(P) tiếp xúc với mặt cầ (S): $(S): x^2+y^2+z^2-6x-2y+4z+5=0$ tại A(4;3;0)

ĐS: x+2y+2z-10=0 ; x+2y+2z+8=0

Bài 9 : Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I\left(0;2;-2\right)$ và tiếp xúc với mặt phẳng

$\left(\alpha\right): 2x+y-2z+3=0$

ĐS: $x^2+(y-2)^2+(z+2)^2=3$

<u>Bài 10</u> : Trong *Oxyz*, viết pt mp(P) song song với mặt phẳng 4x+3y-12z+1=0 và tiếp xúc với mặt cầu có phương trình : $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-2=0$

HD : Mp(P): 4x+3y-12z+D=0 . Khoảng cách từ tâm I đến mp(P)= R ta được D =78 hoặc D - -26

IV : ĐƯỜNG THẲNG :

A. Tóm tắt lý thuyết :

1.. Phương trình đường thẳng:

a) Phương trình tham số của đường thẳng

Trong (Oxyz) cho (d) đi qua $M_0(x_0,y_0,z_0)$ và có vectơ chỉ phương: $\vec{u}=(a;b;c)$

Khi đó: $d:\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_o+bt \\ z=z_o+ct \end{cases}$ (t∈R)

b) Phương trình chính tắc của đường thẳng $\dfrac{x-x_o}{a}=\dfrac{y-y_o}{b}=\dfrac{z-z_o}{c}$

2.. Vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian

Trong Oxyz cho (d) qua M và có VTCP $\vec{u}$ và (d') qua M' và có VTCP $\vec{u'}$.

- d trùng d' $\Leftrightarrow \left[\vec{u},\vec{u'}\right]=\left[\vec{u},\overrightarrow{MM'}\right]=\vec{0}$
- d // d' $\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\vec{u},\vec{u'}\right]=\vec{0} \\ \left[\vec{u},\overrightarrow{MM'}\right]\neq\vec{0} \end{cases}$
- d và d' cắt nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\vec{u},\vec{u'}\right]\neq\vec{0} \\ \left[\vec{u},\vec{u'}\right].\overrightarrow{MM'}=0 \end{cases}$
- d và d' chéo nhau $\Leftrightarrow \left[\vec{u},\vec{u'}\right].\overrightarrow{MM'}\neq 0$

Hoặc: Cho $d:\begin{cases} x=x_0+ta_1 \\ y=y_0+ta_2 \\ z=z_0+ta_3 \end{cases}$ và $d':\begin{cases} x=x'_0+t'a'_1 \\ y=y'_0+t'a'_2 \\ z=z'_0+t'a'_3 \end{cases}$

a) d // $d' \leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} = k\vec{a'} \\ M(x_0;y_0;z_0) \notin d' \end{cases}$

b) $d \equiv d' \leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} = k\vec{a'} \\ M(x_0;y_0;z_0) \in d' \end{cases}$

c) d cắt $d' \leftrightarrow \begin{cases} x_0 + ta_1 = x'_0 + t'a'_1 \\ y_0 + ta_2 = y'_0 + t'a'_2 \\ z_0 + ta_3 = z'_0 + t'a'_3 \end{cases}$ có đúng 1 n_0

d) d chéo $d' \leftrightarrow \begin{cases} x_0 + ta_1 = x'_0 + t'a'_1 \\ y_0 + ta_2 = y'_0 + t'a'_2 \\ z_0 + ta_3 = z'_0 + t'a'_3 \end{cases}$ vô nghiệm và $\vec{a} \neq k\vec{b}$

3 Khoảng cách :

<u>1. Khoang cach tö 1 ñiem ñen 1 mat phang:</u> Khoang cach tö ñiem $M_0(x_0;\ y_0;\ z_0)$ ñen mp $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ **la:**

$$\boxed{d\left(M_0,(\alpha)\right) = \frac{\left|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D\right|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}}$$

2.Khoang cach tö ñiem M_1 ñen ñöông thang (Δ) ñi qua ñiem M_0 va co VTCP phöông $\vec{u}$ la:

$$\boxed{d(M_1,\Delta) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{M_0M_1},\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}}$$

<u>3. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau:</u>

(Δ_1) ñi qua M_1 va co VTCP $\vec{u}$ va (Δ_2) ñi qua M_2 va co vectô chæ phöông $\vec{v}$. Khoang cach giöa (Δ_1) va (Δ_2) la:

$$\boxed{d(\Delta_1,\Delta_2) = \frac{\left|\left[\vec{u},\vec{v}\right].\overrightarrow{M_1M_2}\right|}{\left|\left[\vec{u},\vec{v}\right]\right|}}$$

4. Góc :

<u>1.Goc giöa 2 ñöông thang:</u> Cho (Δ_1) co VTCP $\vec{u}$=(a_1; b_1; c_1) va (Δ_2) co VTCP

$\vec{v}$= (a_2; b_2; c_2). Goi φ la goc giöa (Δ_1) va (Δ_2).

Ta co: $$\boxed{\cos\varphi = \frac{\left|\vec{u}\,.\,\vec{v}\right|}{|\vec{u}|.|\vec{v}|} = \frac{\left|a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2\right|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}\sqrt{a_2^2+b_2^2+c_2^2}}}$$

Ñac biet: $\boxed{(\Delta_1)\perp(\Delta_2) \Leftrightarrow a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2=0}$

2.Goc giöa ñöông thang va mat phang: Cho ñöông thang (Δ) co VTCP $\vec{u}$=(a; b; c) va (α) co VTPT $\vec{n}$=(A; B; C). Neu ψ la goc giöa (Δ) va (α) thì:

$$\boxed{\sin\psi = \frac{\left|\vec{n}\,.\,\vec{u}\right|}{|\vec{n}|.|\vec{u}|} = \frac{|Aa+Bb+Cc|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}}} \quad (0^0 \le \psi \le 90^0)$$

3.Goc giöa 2 mat thang: Cho mp(α_1) co VTPT $\vec{n}_1$=(A_1; B_1; C_1) va mp(α_1) co VTPT $\vec{n}_2$=(A_2; B_2; C_2). Neu β la goc giöa (α_1) va (α_2) thì: $$\boxed{\cos\beta = \frac{\left|\vec{n}_1.\vec{n}_2\right|}{|\vec{n}_1|.|\vec{n}_2|} = \frac{\left|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2\right|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}}$$

B. Bài tập :

Viết phương trình đường thẳng cần 1 điểm thuộc đường thẳng và 1 vecto chỉ phương của nó

Bài 1: Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua 2 điểm $A(1;2;-3)$, $B(0;1;-2)$

Bài 2: Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;-2;5)$ và Δ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x+3y-6z+1=0$

Bài 3 : Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;-2;5)$ và Δ song song với đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y+3}{-2} = \dfrac{z}{1}$

Bài 4 : Trong không gian Oxyz, cho hai điểm M(1;0;2)và đường thẳng

$$(d): \begin{cases} x = 1+2t \\ y = -3+t\,. \\ z = 6-t \end{cases}$$

1. Viết phương trình mp(P) đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng (d).

2. Tìm tọa độ H hình chiếu vuông góc của M lên (d)

ĐS: 1. (P): 2x+y-z=0 2. t=-7/4 H(- 10/4 ; - 11/4 ; 31/4)

Bài 5 :Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho điểm A(3; -2;-2) và mặt phẳng (P) có phương trình 2x-2y+z-1=0.

1) Viết phương trình của đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P).

2) . Tìm tọa độ H hình chiếu vuông góc của A lên (P)

ĐS : 1. $(d):\begin{cases} x=3+2t \\ y=-2-2t \\ z=-2+t \end{cases}$ 2. t=- 7/10 H (8/5;-3/5;-27/10)

Bài 6 Lập pt mp qua điểm *A*, và đt Δ, biết *A*(4;–2;3), Δ: $\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-2}{2}$

ĐS: (P): 4x+3y-12z+26=0

Bài 7 Cho $d:\begin{cases} x=t \\ y=-11+2t \\ z=16-t \end{cases}$ $d':\frac{x-5}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{6}$. *CMr: d* cắt *d'*.Viết ptmp chứa *d và d'*.

ĐS: CM: $\begin{cases} \left[\vec{u},\vec{u'}\right]=(13;-8;-3)\neq\vec{0} \\ \left[\vec{u},\vec{u'}\right].\overrightarrow{M_0M_0'}=0 \end{cases}$ hoặc giải hệ có nghiệm duy nhất . (P): 13x-8y-3z-40=0

Bài 8 Cho $d:\begin{cases} x=5+2t \\ y=1-t \\ z=5-t \end{cases}$ và $d':\begin{cases} x=3+2t' \\ y=-3-t' \\ z=1-t' \end{cases}$. *CMr: d//d'*. Viết ptmp chứa *d* và *d'*.

ĐS: CM $\begin{cases} \left[\vec{u},\vec{u'}\right]=\vec{0} \\ \left[\vec{u},\overrightarrow{MM'}\right]=(0;-5;5)\neq\vec{0} \end{cases}$ hoặc cm ***a)*** $d\ //\ d' \leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}=k\vec{a'} \\ M(x_0;y_0;z_0)\notin d' \end{cases}$ (P) y-z +4=0

Bài 9 Cho $d:\begin{cases}x=t\\y=1+2t\\z=6+3t\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x=1+t'\\y=-2+t'\\z=3-t'\end{cases}$.

a. *CMr: d* và *d’* chéo nhau.

b. Lập pt mp qua *O* và song song với *d* và *d’*.

ĐS: a. $\left[\vec{u},\vec{u}'\right].\overrightarrow{MM'}=-14\neq 0$ b. (P): -5x+4y-z =0

Bài 10 : Cho đường thẳng *d*: $\begin{cases}x=12+4t\\y=9+3t\\z=1+t\end{cases}$ và mp(P): $3x+5y-z-2=0$.

a. Tìm toạ độ giao điểm của *d* và (*P*)

b. Viết ptmp (*P’*) qua *M*(1; 2; -1) và vuông góc với *d*. Tính khoảng cách từ *M* đến *d*.

c. Tính góc giữa d và (P).

ĐS: a. t=-3 , I(0;0;-2) b. (P): 4x+3y+z-9=0 ,d(M,d) = $\frac{\sqrt{910}}{26}$ c. $\sin\varphi=\frac{\sqrt{910}}{35}$

Bài 11 : Cho mặt phẳng (α): 6x+3y+2z-6=0

a. Tìm toạ độ hình chiếu của điểm *A*(1,1,2) lên mặt phẳng (α)

b. Tìm toạ độ điểm đối xứng *A’* của *A* qua (α)

ĐS: a. Pt đt qua A vuông góc (α) là $\begin{cases}x=1+6t\\y=1+3t\\z=2+2t\end{cases}$ giải hệ …t=-1/7 , H(1/7;4/7;12/7)

c. H là trung điểm đoạn AA’ suy ra A’(-5/7 ; 1/7 ; 10/7)

Các đề thi tốt nghiệp

Bài 1 : (TN 2009 nâng cao)Trong không gian Oxyz cho điểm

A(1; -2; 3) và đường thẳng d: $\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{-1}$

1.Viết phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với d

2.Tính khỏang cách từ A đến đường thẳng d. Viết phương trình mặt cầu tâm A, tiếp xúc với d.

ĐS: 1. (P): 2x+y-z+3=0 2. d(A,d)= $5\sqrt{2}$, (S): $(x-1)^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-3\right)^2=50$

Bài 2 (Đề TN 2008, Lần 1, Ban KHTN):

Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho điểm A(3; -2;-2) và mặt phẳng (P) có phương trình 2x-2y+z-1=0.

1) Viết phương trình của đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P).

2) Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P). Viết phương trình của mặt phẳng (Q) sao cho (Q) song song với (P) và khoảng cách giữa (P) và (Q) bằng khoảng cách từ điểm A đến (P).

ĐS: 1. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 - 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$ 2. d(A.(P)) = 7/3 (Q): 2x-2y+z+D=0. d((P),(Q))= 7/3 ta được D=6 :D=-8

Bài 3 (Đề TN 2008, Lần 2, Ban KHTN):

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm M(1;-2;0), N(-3;4;2) và mặt phẳng (P) có phương trình $2x + 2y + z - 7 = 0$.

1. Viết phương trình đường thẳng MN.

2. Tính khoảng cách từ trung điểm của đoạn thẳng MN đến mp(P).

ĐS: 1. $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -2 + 6t \\ z = 2t \end{cases}$ 2. I(-1;1;1) , d(I,(P) = 2

Bài 4 (Đề TN 2008, L2, Ban KHXH):

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(2;-1;3)$, mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 10 = 0$.

1) Tính khoảng cách từ điểm *A* đến mp(P).

2). Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P).

ĐS: 1. D(A,(P)) = 4 2. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$

Bài 5 (Đề TN BTTH 2006): Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho bốn điểm A(4; 3; 2), B(3; 0; 0), C(0; 3; 0) và D(0; 0; 3).

1. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm A và trọng tâm G của tam giác BCD.

2. Viết phương trình mặt cầu có tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng đi qua ba điểm B, C, D.

ĐS: 1. G(1;1;1) $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 1 - 2t \\ z = 12t \end{cases}$ 2. mp(BCD): x+y+z-3=0 R=d(A,(BCD))= $2\sqrt{3}$

Bài 6 (Đề TN 2006, Ban KHTN):

Trong không gian tọa độ Oxyz cho ba điểm A(2; 0; 0), B(0; 3; 0), C(0; 0; 6).

1. Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C. Tính diện tích tam giác ABC.

2. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Viết phương trình mặt cầu đường kính OG.

ĐS: 1. mp(ABC): 3x+2y+z-6=0 , S= $3\sqrt{14}$ 2. G(2/3 ;1 ;2) , tâm I(1/3 ;1/2 ;1) R= 7/6

Bài 7 (Đề TN 2006, KPB):

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho ba điểm A(1; 0; -1),

B(1; 2; 1), C(0; 2; 0). Gọi G là trọng tâm tam giác ABC.

1. Viết phương trình đường thẳng OG.

2. Viết phương trình mặt cầu (S) đi qua bốn điểm O, A, B, C.

3. Viết phương trình các mặt phẳng vuông góc với đường thẳng OG và tiếp xúc với mặt cầu (S)

ĐS: 1. $\begin{cases} x = \frac{2}{3}t \\ y = \frac{1}{3}t \; (t \in R) \\ z = 0 \end{cases}$ 2. $x^2+y^2+z^2-2x-2y=0$ 3. mp (P): $\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}y + D = 0$ d(I,(P))=R

$D = \frac{2}{3}\sqrt{10} - 2; D = -\frac{2}{3\sqrt{10}} - 2$

Bài 8 (Đề TN 2007, L1, Ban KHXH):

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho điểm $E(1;2;3)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 2z + 6 = 0$.

1). Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là gốc tọa độ và tiếp xúc với $mp(\alpha)$.

2). Viết phương trình tham số của đường thẳng (Δ) đi qua điểm E và vuông góc với $mp(\alpha)$

ĐS: 1. . R= $d(o,(\alpha))=2$ 2. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t\ (t \in R) \\ z = 3-2t \end{cases}$

Hết

CÁC BÀI TẬP ÔN PPTĐ TRONG KHÔNG GIAN

B . Bài tập

Bài 1.

Viết tọa độ của các vectơ say đây: $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{K}$; $\vec{b} = 7\vec{i} - 8\vec{k}$; $\vec{c} = -9\vec{k}$;

Bài 2.

Cho ba vectơ $\vec{a}$ = (2; -1 ; 0), $\vec{b}$ = (-1; -2; 2) , $\vec{c}$ = (-2 ; 1; 0).

c. Tìm tọa độ của vectơ : $\vec{v}$ = -2$\vec{a}$ + 3$\vec{b}$ - 5$\vec{c}$ và $\vec{u}$ = 3$\vec{a}$ - 2$\vec{c}$

Bài 2: Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;-2;5)$ và Δ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x+3y-6z+1=0$

Bài 3 : Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;-2;5)$ và Δ song song với đường thẳng $d: \frac{x-1}{5} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z}{1}$

Bài 4 : Trong không gian Oxyz, cho hai điểm M(1;0;2)và đường thẳng

$$(d): \begin{cases} x = 1+2t \\ y = -3+t \\ z = 6-t \end{cases}.$$

1. Viết phương trình mp(P) đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng (d).

2. Tìm tọa độ H hình chiếu vuông góc của M lên (d)

ĐS: 1. (P): 2x+y-z=0 2. t=-7/4 H(- 10/4 ; - 11/4 ; 31/4)

Bài 5 :Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho điểm A(3; -2;-2) và mặt phẳng (P) có phương trình 2x-2y+z-1=0.

1) Viết phương trình của đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P).

2) . Tìm tọa độ H hình chiếu vuông góc của A lên (P)

ĐS : 1. $(d):\begin{cases} x = 3+2t \\ y = -2-2t \\ z = -2+t \end{cases}$ 2. t=- 7/10 H (8/5;-3/5;-27/10)

Bài 6 Lập pt mp qua điểm *A*, và đt Δ, biết *A*(4;–2;3), Δ: $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-2}{2}$

ĐS: (P): 4x+3y-12z+26=0

Bài 7 Cho $d:\begin{cases} x = t \\ y = -11+2t \\ z = 16-t \end{cases}$ $d':\frac{x-5}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{6}$. *CMr: d* cắt *d'*.Viết ptmp chứa *d và d'*.

ĐS: CM: $\begin{cases} \left[\vec{u},\vec{u'}\right] = (13;-8;-3) \neq \vec{0} \\ \left[\vec{u},\vec{u'}\right].\overrightarrow{M_0M_0'} = 0 \end{cases}$ hoặc giải hệ có nghiệm duy nhất . (P): 13x-8y-3z-40=0

Bài 8 Cho $d:\begin{cases} x = 5+2t \\ y = 1-t \\ z = 5-t \end{cases}$ và $d':\begin{cases} x = 3+2t' \\ y = -3-t' \\ z = 1-t' \end{cases}$. *CMr: d//d'*. Viết ptmp chứa *d* và *d'*.

ĐS: CM $\begin{cases} \left[\vec{u},\vec{u'}\right] = \vec{0} \\ \left[\vec{u},\overrightarrow{MM'}\right] = (0;-5;5) \neq \vec{0} \end{cases}$ hoặc cm ***a)*** d // $d' \leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} = k\vec{a'} \\ M(x_0;y_0;z_0) \notin d' \end{cases}$ (P) y-z +4=0

Bài 9 Cho $d:\begin{cases} x = t \\ y = 1+2t \\ z = 6+3t \end{cases}$ và $d':\begin{cases} x = 1+t' \\ y = -2+t' \\ z = 3-t' \end{cases}$.

a. *CMr: d* và *d'* chéo nhau.

b. Lập pt mp qua *O* và song song với *d* và *d*'.

ĐS: a. $\left[\vec{u},\vec{u'}\right].\overrightarrow{MM'} = -14 \neq 0$ b. (P): -5x+4y-z =0

<u>Bài 10 :</u> Cho đường thẳng *d*: $\begin{cases} x = 12 + 4t \\ y = 9 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và mp(P): $3x + 5y - z - 2 = 0$.

a. Tìm toạ độ giao điểm của *d* và (*P*)

b. Viết ptmp (*P*') qua *M*(1; 2; -1) và vuông góc với *d*. Tính khoảng cách từ *M* đến *d*.

c. Tính góc giữa d và (P).

ĐS: a. t=-3 , I(0;0;-2) b. (P): 4x+3y+z-9=0 ,d(M,d) = $\frac{\sqrt{910}}{26}$ c. $\sin\varphi = \frac{\sqrt{910}}{35}$

Bài 11 : Cho mặt phẳng (α): 6x+3y+2z-6=0

d. Tìm toạ độ hình chiếu của điểm *A*(1,1,2) lên mặt phẳng (α)

e. Tìm toạ độ điểm đối xứng *A*' của *A* qua (α)

ĐS: a. Pt đt qua A vuông góc (α) là $\begin{cases} x = 1 + 6t \\ y = 1 + 3t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ giải hệ …t=-1/7 , H(1/7;4/7;12/7)

b. H là trung điểm đoạn AA' suy ra A'(-5/7 ; 1/7 ; 10/7)

<u>Bài 12</u> : (TN 2009 nâng cao)Trong không gian Oxyz cho điểm

A(1; -2; 3) và đường thẳng d: $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$

1.Viết phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với d

2.Tính khỏang cách từ A đến đường thẳng d. Viết phương trình mặt cầu tâm A, tiếp xúc với d.

ĐS: 1. (P): 2x+y-z+3=0 2. d(A,d)= $5\sqrt{2}$, (S): $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 50$

<u>Bài 13</u> (Đề TN 2008, Lần 1, Ban KHTN):

Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho điểm A(3; -2;-2) và mặt phẳng (P) có phương trình 2x-2y+z-1=0.

1) Viết phương trình của đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P).

2) Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P). Viết phương trình của mặt phẳng (Q) sao cho (Q) song song với (P) và khoảng cách giữa (P) và (Q) bằng khoảng cách từ điểm A đến (P).

ĐS: 1. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 - 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$ 2. d(A.(P)) = 7/3 (Q): 2x-2y+z+D=0. d((P),(Q))= 7/3 ta được D=6 :D=-8

<u>Bài 14</u> (Đề TN 2008, Lần 2, Ban KHTN):

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm M(1;-2;0), N(-3;4;2) và mặt phẳng (P) có phương trình $2x + 2y + z - 7 = 0$.

1. Viết phương trình đường thẳng MN.

2. Tính khoảng cách từ trung điểm của đoạn thẳng MN đến mp(P).

ĐS: 1. $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -2 + 6t \\ z = 2t \end{cases}$ 2. I(-1;1;1) , d(I,(P) = 2

<u>Bài 15</u> (Đề TN 2008, L2, Ban KHXH):

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(2;-1;3)$, mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 10 = 0$.

1) Tính khoảng cách từ điểm *A* đến mp(P).

2). Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P).

ĐS: 1. D(A,(P)) = 4 2. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$

<u>Bài 16</u> (Đề TN BTTH 2006): Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho bốn điểm A(4; 3; 2), B(3; 0; 0), C(0; 3; 0) và D(0; 0; 3).

1. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm A và trọng tâm G của tam giác BCD.

2. Viết phương trình mặt cầu có tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng đi qua ba điểm B, C, D.

ĐS: 1. G(1;1;1) $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 1 - 2t \\ z = 12t \end{cases}$ 2. mp(BCD): x+y+z-3=0 R=d(A,(BCD))= $2\sqrt{3}$

<u>Bài 17</u> (Đề TN 2006, Ban KHTN):

Trong không gian tọa độ Oxyz cho ba điểm A(2; 0; 0), B(0; 3; 0), C(0; 0; 6).

1. Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C. Tính diện tích tam giác ABC.

2. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Viết phương trình mặt cầu đường kính OG.

ĐS: 1. mp(ABC): 3x+2y+z-6=0 , S= $3\sqrt{14}$ 2. G(2/3 ;1 ;2) , tâm I(1/3 ;1/2 ;1) R= 7/6

<u>Bài 18</u> (Đề TN 2006, KPB):

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho ba điểm A(1; 0; -1),

B(1; 2; 1), C(0; 2; 0). Gọi G là trọng tâm tam giác ABC.

1. Viết phương trình đường thẳng OG.

2. Viết phương trình mặt cầu (S) đi qua bốn điểm O, A, B, C.

3. Viết phương trình các mặt phẳng vuông góc với đường thẳng OG và tiếp xúc với mặt cầu (S)

ĐS: 1. $\begin{cases} x = \frac{2}{3}t \\ y = \frac{1}{3}t \ (t \in R) \\ z = 0 \end{cases}$ 2. $x^2+y^2+z^2-2x-2y=0$ 3. mp (P): $\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}y + D = 0$ d(I,(P))=R

$D = \frac{2}{3}\sqrt{10} - 2; D = -\frac{2}{3\sqrt{10}} - 2$

<u>Bài 19</u> (Đề TN 2007, L1, Ban KHXH):

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho điểm $E(1;2;3)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 2z + 6 = 0$.

1). Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là gốc tọa độ và tiếp xúc với $mp(\alpha)$.

2). Viết phương trình tham số của đường thẳng (Δ) đi qua điểm E và vuông góc với $mp(\alpha)$

ĐS: 1. . R=$d(o,(\alpha)) = 2$ 2. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \ (t \in R) \\ z = 3 - 2t \end{cases}$

CHƯƠNG TRÌNH
HỘI THẢO TỔ CHỨC ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT MÔN TOÁN
NĂM HỌC 2011-2012

Thời gian: 01 ngày, thứ năm ngày 05/4/2012.
Địa điểm: Trường THPT Võ Trường Toản TP Bến Tre
Thành phần tham dự: Cán bộ, giáo viên đang giảng dạy môn Toán khối 12 của các trường THPT và các TT GDTX trong tỉnh.

Thời gian	Nội dung	Người thực hiện
7g30 – 7g35	Giới thiệu mục đích – yêu cầu của Hội thảo, đại biểu, thành phần tham dự	Ông Nguyễn Hữu Thi (GV trường THPT Ngô Văn Cấn)
7g35 – 8g00	Khai mạc: Phát biểu khai mạc	Lãnh đạo Sở GD&ĐT
8g00 – 8g20	Hướng dẫn ôn tập và làm bài thi TN THPT môn Toán	Ông Phạm Đình Luyến (CV Phòng GDTrH Sở GD&ĐT)
8g20 – 9g00	Chủ đề 1: Ứng dụng của đạo hàm	Ông Lê Văn Dũng (GV trường THPT Nguyễn Đình Chiểu)
9g00 – 9g15	Nghỉ giải lao	
9g15 – 9g45	Chủ đề 2: Hàm số luỹ thừa, hàm số mũ và hàm số logarit	Ông Nguyễn Văn Hội (GV trường THPT Ca Văn Thỉnh)
9g45 – 10g30	Chủ đề 3: Nguyên hàm, tích phân và ứng dụng	Ông Nguyễn Văn Tuấn (GV trường THPT Cheguevara)
10g30 – 11g	Chủ đề 4: Số phức	Ông Nguyễn Hữu Thi (GV trường THPT Ngô Văn Cấn)
13g30 – 14g15	Chủ đề 5, 6: Khối đa diện và khối tròn xoay	Ông Đỗ Quang Trạng (GV trường THPT Huỳnh Tấn Phát)
14g15 – 15g00	Chủ đề 7: Phương pháp toạ độ trong không gian	Ông Nguyễn Văn Kiến (GV trường THPT Phan Văn Trị)
15g00 – 15g15	Nghỉ giải lao	
15g15 – 16g00	Tổng kết	Ông Phạm Đình Luyến (chuyên viên phòng GDTrH)
16g00 – 16g30	Phát biểu kết thúc Hội thảo	Lãnh đạo Sở GD&ĐT